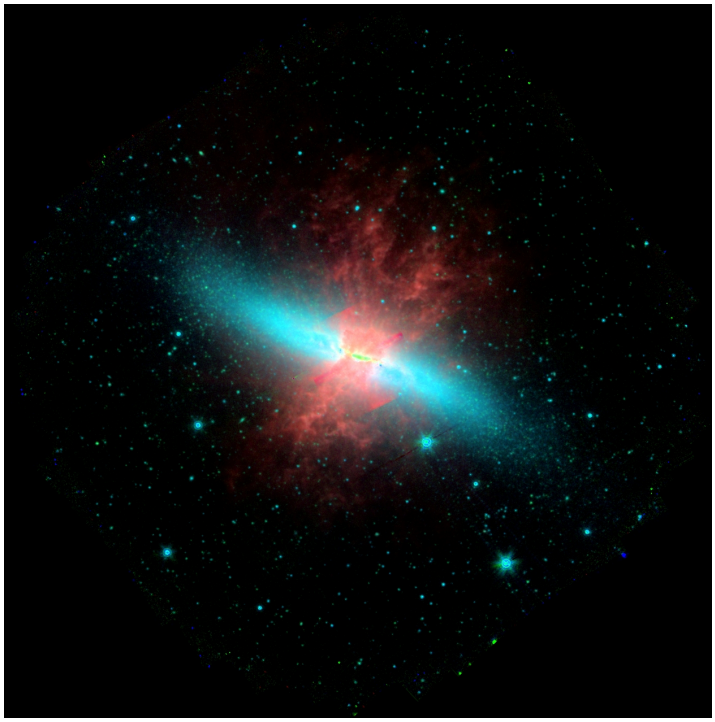
OBSERVATION & MESURE EN ASTROPHYSIQUE

ELÉMENTS DE RAYONNEMENT, DE STATISTIQUE,
DE DÉTECTION ET DE TRAITEMENT DU SIGNAL,
D'IMAGERIE, DE PHOTOMÉTRIE ET DE SPECTROSCOPIE DANS LE VISIBLE



La galaxie M82 observée en infrarouge par *Spitzer*/IRAC depuis l'espace à 3.6, 4.5 et 8.0 μm par le relevé SINGS (Kennicutt et al.). Compositage de H. Dole à partir des données publiques.

Hervé Dole
Institut d'Astrophysique Spatiale
bureau 206 - bâtiment 121
Université Paris Sud 11
91405 Orsay Cedex
tel : 01.69.85.85.72
email : Herve.Dole ias.u-psud.fr

Document télechargeable : http ://www.ias.u-psud.fr/pperso/hdole/enseignement.php
Etudiants : vos commentaires, suggestions, identifications des erreurs sont les **bienvenus** !

Année 2008-2009

Version 19Nov2008

Table des matières

I Introduction physique et astrophysique **11**

1 Introduction **13**
1.1 Démarche scientifique ; Astrophysique ; Observation . . . 13
1.2 Vecteurs de l'information . . . 13
1.3 Collecter l'information . . . 14
1.4 La démarche observationnelle . . . 15
1.5 Résumé des étapes de la démarche observationnelle . . . 15
1.6 Conseils de lecture . . . 15

2 Rayonnement éléctromagnétique en astrophysique **17**
2.1 Spectre électromagnétique . . . 17
2.2 Corps noir . . . 17
2.2.1 Nature . . . 17
2.2.2 Caractéristiques principales . . . 20
2.3 Différentes températures . . . 22
2.4 Rayonnement des principaux objets astrophysiques . . . 22

3 La vie d'un photon n'est pas un long fleuve tranquille **27**
3.1 Introduction au signal et au bruit . . . 27
3.2 Milieux astrophysiques . . . 28
3.3 Atmosphère et environnement terrestres . . . 28
3.4 Télescope . . . 29
3.5 Détecteur . . . 30
3.6 Echantillonnage et stratégie d'observation . . . 30
3.7 Morale de l'histoire . . . 31

II Outils de base de l'analyse statistique et du signal **33**

4 Rappels de théorie des probabilités **35**
4.1 Notions élémentaires . . . 36
4.1.1 Définitions . . . 36
4.1.2 Fonction de distribution (ou de densité de probabilité) . . . 36
4.1.3 Moments . . . 37
4.1.4 Plusieurs variables . . . 37
4.2 Distribution de Gauss (loi normale) . . . 38
4.2.1 Définition . . . 38
4.2.2 Propriétés . . . 38
4.3 Autres distributions . . . 39
4.3.1 Distribution binomiale . . . 39
4.3.2 Distribution de Poisson . . . 40
4.4 Théorème central limite . . . 40

4.5 Estimateur de la moyenne . . . 41
4.6 Dans le monde réel : la moyenne pondérée . . . 42
4.7 Un dernier mot : ergodisme . . . 42

5 Outils mathématiques de caractérisation des signaux 43
5.1 Outils élémentaires . . . 43
5.2 Transformée de Fourier . . . 45
5.2.1 Définition . . . 45
5.2.2 Espace direct et espace de Fourier . . . 46
5.2.3 Signification de la transformée de Fourier . . . 46
5.2.4 Quelques propriétés . . . 46
5.2.5 Amplitude et phase . . . 47
5.2.6 En pratique . . . 47
5.3 Energie des signaux . . . 48
5.3.1 Puissance et énergie . . . 48
5.3.2 Densité spectrale d'énergie . . . 48
5.3.3 Spectre de puissance . . . 48
5.3.4 Bruit blanc . . . 48
5.3.5 Egalité de Parseval : énergies . . . 49
5.4 Fonction de corrélation . . . 49
5.4.1 Fonction d'autocorrélation . . . 49
5.4.2 Signification . . . 49
5.4.3 Relation de Wiener-Khintchine . . . 49
5.4.4 Fonction de corrélation . . . 49
5.5 Convolution . . . 50
5.5.1 Définition . . . 50
5.5.2 Signification . . . 50
5.5.3 Quelques propriétés . . . 50
5.6 Réponse impulsionnelle . . . 50

III Détection du signal astrophysique 53

6 La mesure en astrophysique 55
6.1 Introduction : mesure, incertitude et erreur . . . 55
6.2 Echantillonnage et théorème d'échantillonnage . . . 56
6.3 Discrétisation . . . 58
6.4 Bruit : phénoménologie . . . 58
6.4.1 Bruit blanc . . . 58
6.4.2 Bruit en 1/f . . . 58
6.4.3 Bruit gaussien . . . 60
6.4.4 Bruit poissonien . . . 61
6.5 Bruit : origine physique . . . 62
6.5.1 Bruit de photon . . . 62
6.5.2 Bruit thermique . . . 62
6.5.3 Bruit de fond . . . 63
6.5.4 Bruit de discrétisation (ou quantification ou numérisation) . . . 63
6.5.5 Bruit de lecture . . . 63
6.5.6 Bruit de grenaille . . . 64
6.5.7 Bruit de confusion . . . 64
6.6 Rapport signal sur bruit S/B . . . 64
6.7 Détection à 3 ou 5 sigmas ? . . . 65
6.8 Niveau de confiance . . . 65

6.9 Puissance équivalente de bruit . . . 65
6.10 Réponse impulsionnelle . . . 66

7 Généralités sur les détecteurs de rayonnement 67
7.1 Classification des détecteurs . . . 67
7.1.1 Détecteurs cohérents, quantiques, en amplitude, ou quadratiques . . . 67
7.1.2 Classification plus pragmatique . . . 68
7.2 Performances des détecteurs . . . 69
7.3 Un soupçon de physique du solide . . . 69

8 Détecteurs CCD dans le visible 71
8.1 Fonctionnement . . . 71
8.2 Caractéristiques . . . 72
8.2.1 Caractéristiques principales . . . 72
8.2.2 Exemples de CCD . . . 72
8.3 Rapport signal sur bruit . . . 74
8.4 Acquisitions à effectuer . . . 74
8.5 Pré-traitement du signal CCD . . . 76
8.5.1 Caméras CCD refroidies à l'azote liquide . . . 76
8.5.2 Caméras CCD refroidies par effet Peltier . . . 76
8.5.3 Correction du temps d'intégration . . . 76
8.6 Un modèle simple de données CCD . . . 76
8.6.1 Description du modèle . . . 76
8.6.2 Modèle du bruit additif . . . 77
8.6.3 Démarche . . . 77
8.6.4 Mesure et détermination du biais : le superbiais . . . 77
8.6.5 Mesure et détermination du gain : le superflat . . . 78
8.7 Exemple : M82 au 120 de l'OHP . . . 79
8.7.1 De l'image brute à l'image traitée . . . 79
8.7.2 Images de poussières sur le flat . . . 79

9 Planification d'une observation 83
9.1 Démarche . . . 83
9.2 Champ de vue du détecteur . . . 83
9.3 Atmosphère et hauteur : airmass . . . 84
9.4 Choix de la cible dans les bases de données . . . 84
9.5 Choix des filtres et/ou de la résolution . . . 85
9.6 Rapport S/N . . . 86
9.7 Acquisitions . . . 86
9.8 Outil d'analyse rapide . . . 86

IV Analyse du signal astrophysique 87

10 Eléments de traitement du signal astrophysique 89
10.1 Notion de filtrage . . . 89
10.2 Types de filtres . . . 89
10.3 Filtrage dans l'espace direct . . . 89
10.3.1 Filtrages classiques passe-haut . . . 91
10.4 Filtrage dans l'espace des fréquences . . . 91
10.5 Filtrage espace-fréquence : les ondelettes . . . 91
10.6 Exemples d'utilisation . . . 91
10.7 Déconvolution . . . 91

11 Notions de photométrie **93**
11.1 Luminosité . . . 93
11.2 Densité de flux . . . 93
11.3 Magnitude apparente . . . 94
11.4 Systèmes de magnitudes . . . 95
11.4.1 Magnitude Vega . . . 95
11.4.2 Magnitude AB : la plus pratique . . . 95
11.5 Indice de couleur ou couleur . . . 95
11.6 Magnitude absolue . . . 96
11.7 Brillance de surface . . . 96
11.8 Etalonnage photométrique . . . 97
11.9 Filtres photométriques . . . 97
11.10 Photométrie d'ouverture . . . 97
11.11 Photométrie par ajustement de PSF . . . 98
11.12 Autres types de photométrie . . . 98
11.13 Effets cosmologiques . . . 99

12 Visualisation des résultats **101**
12.1 Philosophie . . . 101
12.2 Conseils de base . . . 101
12.3 Echelles . . . 101
12.4 Barres d'erreur . . . 102
12.5 La couleur à partir de trois images . . . 102
12.5.1 Avec ds9 : un premier regard . . . 102
12.5.2 Avec IDL . . . 102
12.5.3 Avec Stiff . . . 102

13 Exemples d'analyse du signal en astrophysique et cosmologie **103**
13.1 Exemples de spectre de puissance en astrophysique et cosmologie . . . 103
13.1.1 Cosmologie : fond diffus cosmologique . . . 103
13.1.2 Cosmologie : distribution de matière . . . 106
13.1.3 Physique du milieu interstellaire : structuration et turbulence . . . 106
13.1.4 Physique solaire et stellaire : oscillations des étoiles . . . 107

14 Bibliographie **109**

A Observations à l'OHP **115**
A-1 Télescopes et instrumentation . . . 115
A-2 Filtres . . . 115
A-3 Préparation des projets scientifiques . . . 115

B Rudiments de MIDAS **117**

C Rudiments d'IRAF **119**
C-1 Ressources générales . . . 119
C-2 Commandes de base . . . 119
C-3 Manipuler une image . . . 119
C-4 Manipuler des images . . . 120
C-5 Réduction d'images CCD . . . 120
C-6 Photométrie . . . 120
C-7 Autre . . . 121

Table des figures

1.1 **Principe d'un système d'observation et d'acquisition astronomique**. Mise à jour de la figure 1.5 de Léna et al. [1998, 2008]. 14

2.1 **Le spectre électromagnétique.** Les échelles sont exprimées en énergie (eV), fréquence, longueur d'onde, et nom usuel. Noter que le domaine des rayons γ s'étend bien au delà de ce schéma, jusqu'au TeV (10^{12} eV). Pour les principales conversions, se reporter à la table 2.1. 18

2.2 **Image du corps noir de 20K ayant servi à l'étalonnage de Planck-HFI à la station d'étalonage de l'IAS en 2006**. La cavité du corps noir (A), ici ouverte, est composée de résine époxy chargée de poudre de carbone et micro-billes de silice (B). Le rayonnement sort par l'ouverture (C). La boite est chauffée de tous les cotés à 20K par des résistances (D). Des pieds (E) isolent le corps noir de l'environnement à 2K. Le corps noir doit avoir des parois aussi absorbantes que possible, seule l'emission de ces parois doit contribuer au rayonnement qui sort du corps noir. Le corps noir (F) est ensuite placé dans une sphére intégratrice (G) qui a pour but d'augmenter l'étendue de faisceau (H) : les parois internes de la sphère sont diffusantes et si possible non absorbantes, l'objectif étant de créer une illumination uniforme à partir d'un (petit) corps noir qui rayonne dans la sphère. Un miroir (I) renvoie le rayonnement sur le plan focal HFI (J). Le corps noir a une émissivité mesurée de l'ordre de $\epsilon = 1 - x$, avec $x \sim 10^{-3}$. Corps noir réalisé par : IAS/APC/IAP. Images prises par F. Pajot (IAS). 19

2.3 **Les contributions majeures en rayonnement dans l'Univers, hors notre Galaxie** : le fond cosmologique (CMB) et le fond diffus extragalactique, qui s'étend du domaine radio aux rayons γ, mais qui est maximum dans l'infrarouge (CIB : Cosmic Infrared Background) puis l'optique (COB : Cosmic Optical Background). Ce graphique représente la brillance du rayonnement extragalactique et cosmologique, qui est proportionnelle à la puissance reçue, en fonction de la longueur d'onde (ou énergie) d'observation. A gauche : CMB, CIB et COB, avec les valeurs des brillances indiquées dans le cadre en nW/m^2/sr (tiré de [Dole et al., 2006]). A droite : le même schéma, mais étendu sur tout le spectre (inspiré [Dole et al., 2006] ; voir le site web galaxies IR à l'IAS : http ://www.ias.u-psud.fr/irgalaxies/) 25

3.1 **La fenêtre atmosphérique.** Ce schéma montre la transmission atmosphérique (zone blanche) : maximale en haut du schéma, nulle en bas. Les principales fenêtres pour observer le ciel sont donc dans le domaine visible (à gauche) et radio (à droite), avec quelques possibilités en IR proche et submillimétrique. L'opacité de l'atmosphère est principalement due aux raies de H_2O, O_2, O_3, CO_2. Trouvé sur www.fas.org *Si vous trouvez une meilleure illustration, je suis preneur !* 28

3.2 **Effets de l'échantillonnage sur des galaxies infrarouges observées par ISO et Spitzer.** La même région du ciel est observée : $6.6' \times 6.6'$ dans le champ dit ELAIS N1. De gauche à droite : ISO à 170 μm de longueur d'onde ; Spitzer à 160 μm ; Spitzer à 70 μm ; Spitzer à 24 μm. On voit sur les 2 images de gauche, que l'échantillonnage d'ISO était plus faible que Spitzer, ce qui permet à ce dernier de détecter deux sources angulairement proches (en bas à gauche), alors que les télescopes ont des tailles comparables. Les trois images de droite illustrent simplement l'évolution de la résolution angulaire en fonction de la longueur d'onde : la source brillante en IR lointain (en haut à droite) est en fait composée de plusieurs galaxies. Figure 11 de Lagache et al. [2005]. 30

4.1 **Distribution gaussienne.** Exemple avec $\mu = 50$ et $\sigma = 10$. La zone en tiret indique la largeur à mi-hauteur (FWHM), qui vaut environ 2.35σ soit ici 23.5. La zone claire indique la région $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$, qui représente 68.3% de probabilité. Noter la différence entre la région $\pm\sigma$ et la FWHM. La zone plus grisée indique l'extension de la région $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$, qui représente 95.5% de probabilité. Enfin, la zone sombre indique l'extension de la région $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$, qui représente 99.7% de probabilité. 39

4.2 **Les relations entre les distributions binomiale, de Poisson et de Gauss.** Adapté de la figure 1.12 de Protassov [2002]. 41

5.1 **Exemple de distribution asymétrique (ici log-normale).** La moyenne (point), médiane (trait) et le mode de la distribution (point-trait) sont représentés. La moyenne est affectée par la queue de distribution de valeurs élevées ; la médiane s'avère un meilleur estimateur que la moyenne. Le mode donne directement la valeur la plus probable. Le minimum et le maximum de cette distribution divergent. 44

5.2 **Extrait d'une série temporelle d'un pixel du photomètre MIPS à 160 μm à bord du satellite Spitzer**, lors de la première observation cosmologique du champ de Lockman à 160 μm en novembre 2003. Les abscisses représentent le temps (un Data Collection Event, DCE, dure environ 1/8 seconde), les ordonnées le signal à 160 μm (en DN/s, soit Data Number par seconde, multiplié par un facteur pour faciliter la lisibilité du graphe). Cet extrait montre 10s de signal, alors que MIPS voit un champ fixe dans le ciel, d'émission constante. Le signal est un peu bruité. La moyenne (point) et la médiane (trait) sont représentées. On observe que la moyenne est affectée par les deux points déviants proches de zéro. Pour information, les caractéristiques du signal tracé sont : 80 points ; moyenne=231,8 ; médiane=239,0 ; min=10 ; max=319 ; σ=47,3. 45

6.1 **Echantillonnage et discrétisation (ou quantification) d'un signal.** Figure 6.1 de Cottet [2000]. 57

6.2 **Illustration de l'effet d'échantillonnage sur les fréquences détectées.** Un mauvais échantillonnage peut aboutir à une détection de fréquence inexistante. Figure 6.7 de Cottet [2000]. 58

6.3 **Illustration du bruit blanc : série temporelle (a, en haut) et spectre de puissance (b, en bas) de la différence de signal de deux bolomètres polarisés de Planck HFI à 143 GHz.** La ligne horizontale sur le spectre de puissance représente le bruit blanc, typiquement entre 30 mHz et 30 Hz. La coupure à haute fréquence est due au filtrage. Etalonnage à l'IAS en 2006. F. Pajot et l'équipe d'étalonnage Planck HFI. 59

6.4 **Illustration du bruit en 1/f : série temporelle (a, en haut) et spectre de puissance (b, en bas) du signal d'un bolomètre de Planck HFI à 543 GHz.** La ligne horizontale sur le spectre de puissance représente le bruit blanc ; la ligne oblique représente le bruit un 1/f. La fréquence du coude f_c caractérise la fréquence en dessous de laquelle le bruit en 1/f commence à dominer, ici vers 0.2 Hz. La coupure à haute fréquence est due au filtrage. Noter que cet exemple provient d'un bolomètre ne fonctionnant pas nominalement. Les autres bolomètres se comportent bien mieux ($f_c < 0.1$ Hz), et la régulation (absente ici) élimine purement et simplement la dérive en 1/f. Etalonnage à l'IAS en 2006. F. Pajot et l'équipe d'étalonnage Planck HFI. 60

6.5 **Autre illustration du bruit en 1/f : signal interférométrique avec variations atmosphériques.** Séries temporelles (à gauche) et spectre de puissance (à droite). Le bruit en 1/f est dû aux variations atmosphériques. Le signal recherché est le pic vers 100 Hz. Instrument FLUOR. Figure 4.3 de la thèse d'Antoine Mérand, 2005, Paris 6. 61

7.1 **Bolomètre de Planck-HFI.** Le bolomètre est la structure en toile d'araignée (SWB : spider web bolometer) dont la maille est comparable a la longueur d'onde d'observation ce qui permet d'être moins sensible aux rayons cosmiques. Le thermomètre est au centre. JPL/NASA et ESA ; site planck.fr et Michel Piat. 68

7.2 **Structure de bande d'un isolant, semiconducteur et conducteur.** E_G est l'énergie de la bande interdite (ou "gap"). Figure 1.7 de Rieke [2004]. 70

8.1 **(à gauche) Les 40 CCDs de la caméra MegaCam au CFHT.** Chaque CCD ayant 4612x2048 pixels, MegaCam est la plus grande caméra CCD au monde, avec 340 millions de pixels, couvrant un champ de 1 degré carré au foyer du télescope de 3.60m du CFHT. Canada-France-Hawaii Telescope / 2003. **(à droite) Les 2 CCDs de la caméra ACS WFPC2** avant l'intégration, le lancement et l'installation au foyer du HST en mars 2002. NASA / Ball aerospace. 73

8.2 **Image CCD brute de M82 à l'OHP au 120.** A gauche : image des 900s d'intégration en H_α. A droite : histogramme de l'image ($\sigma = 348$ ADU). Pris le 14 décembre 2006 par les étudiants du Master 2 d'astrophysique d'IdF, groupe de Paris. 80

8.3 **Biais de la CCD de l'OHP au 120.** A gauche : image (0s d'intégration) crée avec 6 images. A droite : histogramme de l'image ($\sigma = 1.4$ ADU). Pris le 14 décembre 2006 par les étudiants du Master 2 d'astrophysique d'IdF, groupe de Paris. 80

8.4 **Flat du filtre H_α avec la CCD de l'OHP au 120.** A gauche : image (15s d'intégration) crée à partir de 4 images. A droite : histogramme de l'image ($\sigma = 5.4\%$). Noter les valeurs centrées autour de 1 pour ne pas changer la photométrie. Noter la non-uniformité de l'illumination, l'image de taches de poussières défocalisées (ayant la forme du miroir primaire), et les colonnes endomagées du détecteur. Pris le 13 décembre 2006 par les étudiants du Master 2 d'astrophysique d'IdF, groupe de Paris ; traitement de l'auteur. 81

8.5 **Image CCD pré-traitée et traitée (filtrage médian) de M82 à l'OHP au 120.** A gauche : image des 900s d'intégration en H_α. A droite : histogramme de l'image ($\sigma = 305$ ADU). Noter le changement d'échelle et de dispersion par rapport à l'image brute. Pris le 14 décembre 2006 par les étudiants du Master 2 d'astrophysique d'IdF, groupe de Paris ; traitement de l'auteur. 81

9.1 **Masse d'air et extinction (en magnitudes) selon la longueur d'onde, en fonction de la hauteur.** Table 5.1 de Howell [2000]. 85

11.1 **Illustration du principe de photométrie d'ouverture** : à gauche en vue de dessus ; à droite en coupe (profil). Le profil de la source ponctuelle (PSF) est représenté en niveaux de gris à gauche (noir : intense ; blanc : faible) et en trait plein noir à droite. Le cercle de rayon r_{ap} représente l'ouverture dans laquelle on intègre le flux. L'anneau délimité par les rayons r_{in} et r_{out} sert à estimer le fond. Figure II.3 de la thèse de Bavouzet [2008], avec l'aimable autorisation de l'auteur. 97

13.1 **Carte du ciel des anisotropies de température du CMB observées par WMAP** (données 3 ans). En haut à gauche : tous les l ; ensuite, pour les 8 premiers l. Figure 14 de Hinshaw et al. [2006]. 104

13.2 **Illustration des 3 régimes dans le spectre de puissance des fluctuations de température du CMB C_l.** Le plateau, les pics acoustiques, l'amortissement. En insert, image des fluctuations observées en 1999 par le ballon BOOMERANG [De Bernardis et al., 2000] : on voit que l'essentiel de l'énergie se trouve dans des fluctuations aux échelles assez petites ($\sim$ 1 degré), ce qui explique le 1er pic acoustique vers $l \sim 200$ correspondant à une angle de 1 degré. Pour l'interprétation des 3 régimes, voir le cours de cosmologie. (adapté de S. Briddle). 106

13.3 **Spectre de puissance (à gauche) et fonction d'autocorrélation (à droite) de mesures de vitesses radiales en fonction du temps sur l'étoile α-Cen A**. Les oscillations (modes p de pression) sont à l'origine de ces variations de vitesse mesurées dans le spectre de puissance. 13 nuits d'observations en Mai 2001 à la Silla. Figures 2 et 3 de Bouchy & Carrier [2002]. 107

13.4 **Premier spectre de puissance d'une étoile observée continûment par COROT pendant 50 jours.** LESIA/LAM/IAS/LATT/CNES/CNRS-INSU, mai 2007. 107

A.1 **Filtres IAP interférentiels placés au 120 de l'OHP.** Adapté d'un document de M. Dennefeld. 116

Liste des tableaux

2.1 Quelques conversions approximatives dans le spectre électromagnétique. Les relations sont $E = h\nu = hc/\lambda = kT$. 18

4.1 Probabilité dans le cas gaussien dans l'intervalle $[\mu - t\sigma, \mu + t\sigma]$ en fonction de t [Taylor, 1982]. 40

8.1 Comparaison des caractéristiques de quelques couples caméra CCD + télescope. . . . 73

11.1 Bandes photométriques standard dans le visible et l'infrarouge. λ_0 est la longueur d'onde centrale, $\Delta\lambda/\lambda_0$ est la largeur à mi-hauteur relative du filtre, $F_{0,\nu}$ est le flux de référence en Jy dans la bande photométrique considérée, donnée pour le système de magnitude Vega et AB. Les références sont 1=Bessell et al. [1998] et Johnson [1965], 2=Campins et al. [1985], 3=Schneider et al. [1983], 4=Rieke et al. [1985], 5=Gunn et al. [1998], 6=Rieke et al. [2008], 7=Reach et al. [2005], 8=Engelbracht et al. [2007], 9=Gordon et al. [2007],10=Stansberry et al. [2007]. Voir aussi Glass [1999] et Léna et al. [2008]. 100

Première partie

Introduction physique et astrophysique

Chapitre 1

Introduction

Contents

1.1 Démarche scientifique ; Astrophysique ; Observation 13
1.2 Vecteurs de l'information 13
1.3 Collecter l'information 14
1.4 La démarche observationnelle 15
1.5 Résumé des étapes de la démarche observationnelle 15
1.6 Conseils de lecture 15

1.1 Démarche scientifique ; Astrophysique ; Observation

L'astrophysique a pour objet de décrire et de comprendre les phénomènes physiques se déroulant dans l'Univers, ainsi que les lois gouvernant la structure et l'évolution de ses constituants.

L'astrophysique est une science, même s'il est rarement possible de procéder à des expériences sur les objets étudiés ou de changer les conditions initiales. En effet, nous n'avons qu'une vision partielle des phénomènes, par exemple parce qu'ils se déroulent trop loin ou qu'ils sont trop faibles pour être vus. L'information reçue lors des observations (et transformée en signaux) est analysée puis confrontée à un ensemble de lois, modèles et théories physiques qui forment la science astrophysique.

La démarche scientifique consiste en cette confrontation entre prédictions théoriques et confirmations/infirmations observationnelles. Un modèle scientifiquement viable passe l'étape cruciale de la confirmation observationnelle. Un modèle pourra évoluer autant en fonction de la qualité et de la quantité de données pertinentes disponibles (dépendant des avancées technologiques) que des connaissances théoriques. Acker [2005]; Léna et al. [1998]

Le but de l'observation astrophysique, dont l'importance vient d'être esquissée, est de développer une stratégie pour collecter l'information manquante qui permettra de résoudre une problématique scientifique bien posée. Cette stratégie doit donc être adaptée au problème posé, et être bien comprise et quantifiée pour caractériser les biais possibles, dont l'analyse et l'interprétation pourraient dépendre.

Les observations sont coûteuses. Il convient de les optimiser pour le but fixé, mais aussi de songer au caractère "universel" des observations, i.e. de ne pas oublier que des observations menées dans un but précis peuvent parfois être réutilisées par d'autres équipes dans un but différent, non anticipé lors du projet. Tous ces éléments guident les projets d'observation, depuis la conception de l'observation, jusqu'à l'enregistrement, l'archivage, la documentation et la distribution des données.

1.2 Vecteurs de l'information

L'information provenant des objets astrophysiques et cosmologiques est véhiculée par essentiellement trois vecteurs Léna et al. [1998, 2008] :

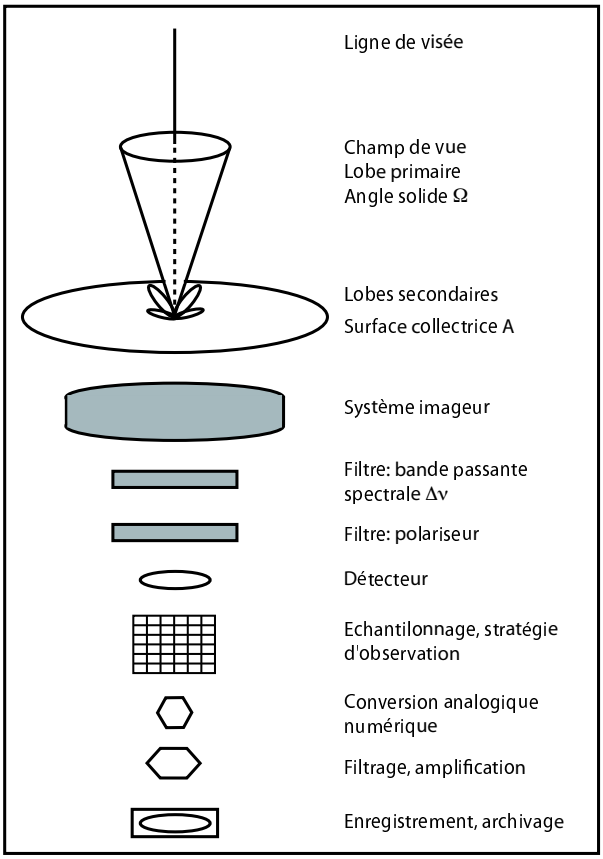


FIG. 1.1 – **Principe d'un système d'observation et d'acquisition astronomique**. Mise à jour de la figure 1.5 de Léna et al. [1998, 2008].

- *Rayonnement électromagnétique.* Permet de sonder toutes les échelles dans l'Univers (de notre planète à l'Univers dans son ensemble jusqu'à la recombinaison) et une grande variété de milieux physiques.
- *Matière et les particules : des neutrinos, électrons aux noyaux jusqu'aux météorites*. Toutes les échelles sont concernées : systèmes planétaires (in-situ ou collecte, spectrométrie de masse, radioactivité), systèmes stellaires (neutrinos), Galaxie (rayons cosmiques, neutrinos, matière noire), Univers (grands accélérateurs). Certaines interactions entrainent l'émission de rayonnement, plus facile à détecter (e.g. effet Cherenkov).
- *Ondes gravitationnelles.* Objets denses (coalescence de trous noirs) ; fond d'onde gravitationnel cosmologique (contraint par son effet sur la polarisation du rayonnement de fond diffus cosmologique). Détection indirecte à ce jour, mais de grands interféromètres (VIRGO, LIGO) devraient permettre des détections directes d'ici peu de phénomènes extrêmes.

Nous n'aborderons dans ce cours que les aspects liés au rayonnement électromagnétique.

1.3 Collecter l'information

Le système d'observation qui collecte l'information astrophysique est résumé sur la figure 1.1.

- Le milieu d'émission ou le trajet sur la ligne de visée peut perturber le photon : absorption, diffusion.
- L'atmosphère terrestre dégrade plus ou moins le signal selon la longueur d'onde.
- Le flux de photons est collecté sur une surface A, en général le miroir primaire d'un télescope.
- Les photons sont collectés dans un lobe d'angle solide Ω.

- Le lobe primaire de l'instrument reçoit le plus d'énergie ; il coéxiste cependant avec des lobes secondaires (et ou lointains) qui peuvent engendrer du signal parasite.
- Le système imageur concentre l'énergie pour former des images au plan focal.
- Le filtrage spectral permet d'isoler une certaine bande spectrale $\Delta\nu$.
- Eventuellement un filtrage permet d'isoler un certain état de polarisation.
- Le détecteur transforme le signal incident en quantité physique mesurable (chaleur, tension, courant).
- Le système d'échantillonnage (spatial et/ou temporel) discrétise l'information ; spatialement on parle de pixels (d'angle élémentaire $\delta\omega$).
- Le système de conversion transforme l'information du détecteur échantillonnée en signal numérique.
- Le système de filtrage éventuel et parfois d'amplification rendent le signal plus facile à manipuler.
- Le système d'enregistrement des données brutes et d'archivage permet de ne perdre aucune information, et permet un traitement avancé ultérieur.

Dans la réalité, certains détecteurs effectuent simultanément plusieurs de ces étapes. Par exemple un détecteur CCD : 1) détecte les photons en les convertissant en électrons ; 2) échantillonne le signal sur les pixels. Avec l'électronique de lecture associée, le CCD finalement lit le signal et effectue la conversion numérique.

1.4 La démarche observationnelle

On vient de le voir en section 1.3, le flux de photon traverse des milieux astrophysiques, puis l'atmosphère, puis le système d'observation avant d'être détecté et analysé. *La démarche importante consiste à comprendre et corriger tous les effets perturbant le flux de photons.*

Une grande partie du temps et des moyens de l'astrophysicien ou du cosmologiste sera donc dédiée à la caractérisation fine de l'instrument, de la stratégie d'observation, des sources de perturbation (astrophysiques et/ou instrumentale), d'étalonnage, et plus généralement de toute étape de l'observation pouvant affecter les photons incidents. C'est à ce prix que sera possible une analyse scientifique fine et pertinente dont les biais et limitations seront proprement évalués.

1.5 Résumé des étapes de la démarche observationnelle

1- problématique scientifique bien posée
2- identification des observables pertinentes au problème
3- élaboration d'une stratégie d'observation pour collecter l'information manquante
4- observations
5- traitement des données (éventuellement automatique)
6- analyse scientifique des données (dépend du but scientifique)
7- interprétation
8- retour à et lien avec la problématique scientifique

1.6 Conseils de lecture

Le présent document a largement bénéficié de la réflexion de certains auteurs ayant publié de remarquables ouvrages, dont les références sont données en section 14. Citons d'ores et déja les principaux : Léna et al. [1998], Léna et al. [2008], Protassov [2002], Max & Lacoume [1996], Taylor [1982], Cottet [2000]. D'autres ouvrages ont été très utiles : Rieke [2004], Howell [2000], Harwit [1998]. Les polycopiés de Master 2 de Pascal Bordé et de Marc-Antoine Miville-Deschênes sont de

belles synthèses des aspects de détection et de traitement du signal, respectivement, et dont j'ai recyclé ici quelques idées. Enfin, les cours polycopiés de Master 2 de Suzy Collin (rayonnement) et d'Alain Abergel (statistique) sont des références inépuisables.

Chapitre 2

Rayonnement éléctromagnétique en astrophysique

Contents

2.1 Spectre électromagnétique 17
2.2 Corps noir 17
2.2.1 Nature 17
2.2.2 Caractéristiques principales 20
2.3 Différentes températures 22
2.4 Rayonnement des principaux objets astrophysiques 22

2.1 Spectre électromagnétique

Le spectre électromagnétique est résumé en figure 2.1, et certaines conversions utiles sont données dans la table 2.1.

2.2 Corps noir

2.2.1 Nature

La principale application de la statistique de Bose-Einstein est l'étude du rayonnement éléctromagnétique se trouvant dans un état d'équilibre thermique : c'est le rayonnement de **corps noir**.

Un rayonnement de corps noir est présent lorsque **un gaz de photons se trouve à l'équilibre thermodynamique**. Cette dernière proposition peut servir de définition d'un corps noir. On peut utiliser de manière équivalente : la distribution d'énergie des photons est celle du corps noir lorsque, dans un système, il y a **équilibre thermodynamique entre matière et rayonnement**.

Le terme de corps noir vient du fait qu'un tel corps absorbant autant d'énergie qu'il en émet, il apparaitrait en principe "noir" pour un observateur extérieur si le système est fermé. Il convient de ne pas trop se laisser perturber par ce nom. Le corps noir peut en principe rayonner si le bilan énerétique est nul. La notion subtile de corps noir est traditionnellement très délicate à comprendre.

Le corps noir peut se décrire comme un **gaz (parfait) de photons** à l'équilibre thermique. Gaz parfait signifie que les photons sont sans interaction entre eux. Si le rayonnement se trouve dans un milieu matériel (ce sera quasiment toujours le cas en pratique, cf CMB ou étoile), alors l'interaction des photons et de la matière devra être petite (ce qui sera vérifié la plupart du temps). Cela signifie qu'il existe un milieu matériel (ou enceinte) de **température T** dans lequel (ou avec lequel) **les photons sont en équilibre**. L'établissement de l'équilibre thermique impose la présence d'un milieu matériel, puisque les photons n'interagissent pas entre eux. De plus, à la différence d'un gaz parfait

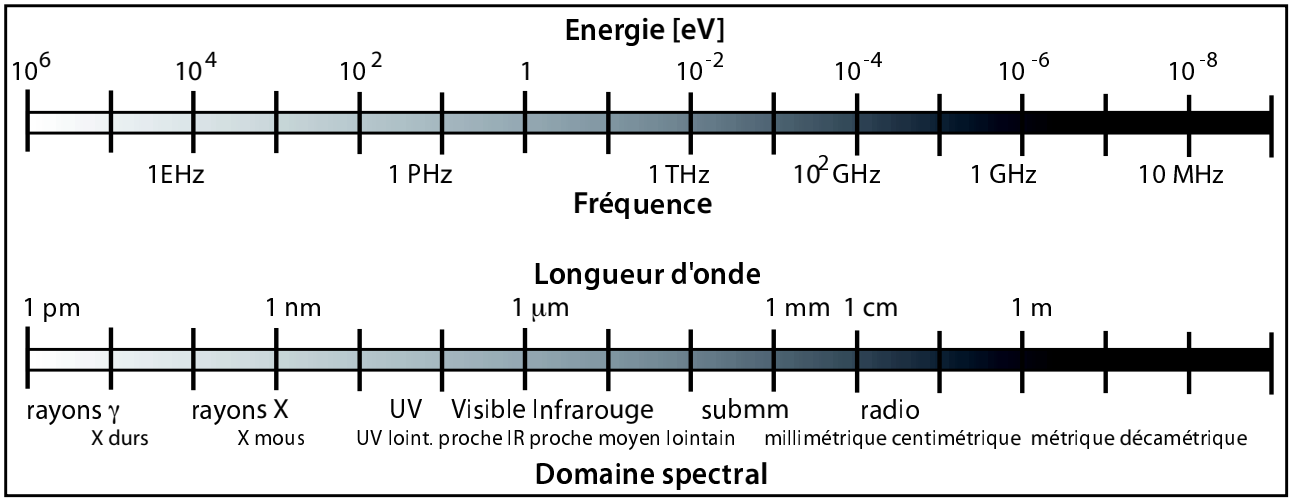


FIG. 2.1 – **Le spectre électromagnétique.** Les échelles sont exprimées en énergie (eV), fréquence, longueur d'onde, et nom usuel. Noter que le domaine des rayons γ s'étend bien au delà de ce schéma, jusqu'au TeV (10^{12} eV). Pour les principales conversions, se reporter à la table 2.1.

TAB. 2.1 – Quelques conversions approximatives dans le spectre électromagnétique. Les relations sont $E = h\nu = hc/\lambda = kT$.

1 eV	$\longleftrightarrow$	2.4×10^{14} Hz
	$\longleftrightarrow$	$1.2\ \mu$m
	$\longleftrightarrow$	10^4 K
	$\longleftrightarrow$	8×10^3 cm^{-1}
λ en mm	$\longleftrightarrow$	$300/\nu$ en GHz
1 mm	$\longleftrightarrow$	300 GHz

de matière caracérisé par un nombre de particules N fixé, le gaz de photons (donc le corps noir) a un nombre de particules variable, déterminé par les conditions de l'équilibre thermique. Dans un corps noir il y a donc **conservation de l'énergie** (et conservation du flux, donc pas d'émission stricto sensu) et **micro-reversibilité des processus**.

L'exemple par excellence du corps noir est l'Univers au moment de l'équilibre matière-rayonnement ($z \sim 3200$, Bennett et al. [2003]). Noter que dans ce cas, l'observateur se situe dans l' "enceinte" du corps noir.

En pratique, il existe des systèmes hors équilibre dont le rayonnement s'approche du rayonnement de corps noir. Formellement ce ne sont pas des corps noirs, car :
• il n'y a pas irreversibilité ;
• l'équilibre n'est pas atteint, car le système évolue constamment : dissipation d'énergie, émission de flux, etc.

Parmi ces "faux" corps noirs qui, en pratique, y ressemblent fortement, citons :
• l'intérieur d'une étoile : il y a (presque) équilibre entre le rayonnement et la matière locale : dans une couche de rayon r et d'épaisseur dr, il y a quasiment équilibre entre matière et rayonnement ; les conditions ne varient que très légerement d'une couche à l'autre, et chaque couche sert de thermostat. Un photon émis au centre du Soleil met de l'ordre d'un million d'années pour en sortir, à cause des fréquentes absorptions - réémissions, qui traduisent ce pseudo-équilibre. (Il ne faudrait que 2

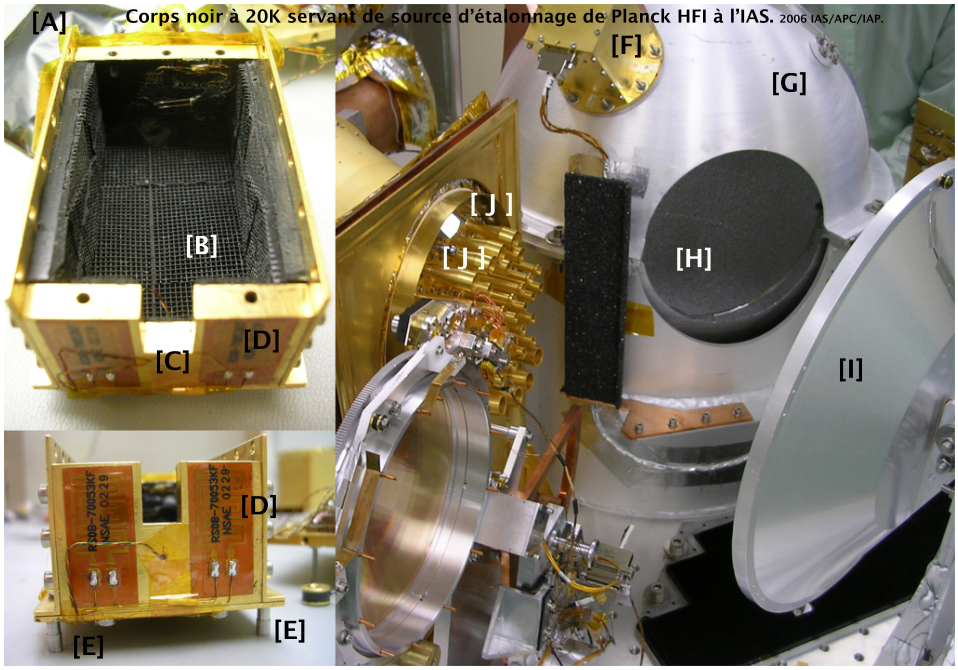


FIG. 2.2 – **Image du corps noir de 20K ayant servi à l'étalonnage de Planck-HFI à la station d'étalonage de l'IAS en 2006**. La cavité du corps noir (A), ici ouverte, est composée de résine époxy chargée de poudre de carbone et micro-billes de silice (B). Le rayonnement sort par l'ouverture (C). La boite est chauffée de tous les cotés à 20K par des résistances (D). Des pieds (E) isolent le corps noir de l'environnement à 2K. Le corps noir doit avoir des parois aussi absorbantes que possible, seule l'emission de ces parois doit contribuer au rayonnement qui sort du corps noir. Le corps noir (F) est ensuite placé dans une sphére intégratrice (G) qui a pour but d'augmenter l'étendue de faisceau (H) : les parois internes de la sphère sont diffusantes et si possible non absorbantes, l'objectif étant de créer une illumination uniforme à partir d'un (petit) corps noir qui rayonne dans la sphère. Un miroir (I) renvoie le rayonnement sur le plan focal HFI (J). Le corps noir a une émissivité mesurée de l'ordre de $\epsilon = 1 - x$, avec $x \sim 10^{-3}$. Corps noir réalisé par : IAS/APC/IAP. Images prises par F. Pajot (IAS).

secondes au photon pour sortir du Soleil s'il n'était pas absorbé). On est proche de la limite du vrai corps noir où ce temps deviendrait infini ;

• un appareil dédié : exemple du corps noir d'étalonnage des instruments ISOCAM ou Planck HFI à l'IAS : petit corps noir (cavité chauffée d'émissivité proche de 1) dans une sphère intégratrice qui homogénéise et dilue le rayonnement pour augmenter l'étendue de faisceau. Voir la figure 2.2.

• la surface de la Terre, l'atmosphère terrestre.

L'émissivité ϵ est la grandeur qui caractérise l'absorption d'un matériau, avec $\epsilon = 1$ un matériau entièrement absorbant, et $\epsilon = 0$ un matériau entièrement réfléchissant. On cherche, dans la fabriquation d'un corps noir, un matériau d'émissivité 1 (absorption totale, puis réemission thermique). Pour un miroir, on recherchera en revanche une émissivité nulle aux longueurs d'onde considérées.

La définition du corps noir, enceinte ou milieu à l'intérieur duquel le rayonnement est à l'équilibre, aboutit aux conditions physiques équivalentes :

• les photons sont sans interaction entre eux ;

• les photons intéragissent avec le milieu (ou l'enceinte) : c'est grâce à cette interaction que le système se thermalise, i.e. se met en équilibre thermique avec le thermostat maintenant la température T (enceinte ou milieu). Cette interaction est souvent celle de Thomson.

La thermalisation résulte donc de l'interaction avec les parois de l'enceinte ou le milieu matériel. Dans le cas d'un four ou d'une étoile par exemple, le nombre de photons ne sera pas constant,

puisque l'interaction entre la matière et le rayonnement se fait par absorption-émission.

2.2.2 Caractéristiques principales

Il sort du cadre de ce cours de redémontrer la forme mathématique et les propriétés du corps noir ; le lecteur est cependant invité à regarder précisemment ces points : c'est de la belle physique du XXè siècle faisant intervenir de la physique quantique, statistique et de l'électromagnétisme. Les ouvrages suivants sont recommandés : Diu et al. [2001] (Chap VI et complément VI.G), Landau & Lifchitz [1994] (Chap V), Harwit [1998] (Chap 4).

• Loi de Planck

La loi fondamentale du corps noir, à partir de laquelle toutes les autres propriétés se déduisent, est l'expression de la **densité spectrale d'énergie éléctromagnétique** $u(\omega, T)$ qui dépend de la pulsation et de la température, et qui représente l'énergie du système par bande de fréquence (ou pulsation) d'où le mot *spectral*, et par unité de volume, d'où le mot *densité*.

On introduit la **densité spectrale d'énergie** $u(\nu, T)$, i.e. l'énergie par unité de volume et par bande de fréquence, avec :

$$dE(\nu, T) = V u(\nu, T) d\nu \tag{2.1}$$

où T est la température, ν la fréquence, V le volume de l'enceinte, dE l'énergie. L'expression de $u(\nu, T)$, appellée loi de Planck (pour le corps noir) :

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \tag{2.2}$$

En astrophysique, on utilise plutôt l'intensité spécifique. C'est une grandeur qui n'est pas liée à la source ni au récepteur. Considèrons une surface infinitésimale dA au travers de laquelle passe dans l'angle solide $d\Omega$ un rayonnement d'énergie dE_ν pendant l'intervalle de temps dt dans la bande de fréquence $d\nu$. L'énergie dE_ν et l'intensité spécifique I_ν sont liées par :

$$dE_\nu = I_\nu d\nu d\Omega dt dA \tag{2.3}$$

Noter que si l'on utilise des longueurs d'ondes plutôt que des fréquences, les relations $\lambda\nu = c$ et

$$I_\nu d\nu = I_\lambda d\lambda \tag{2.4}$$

aboutissent à :

$$I_\lambda = \frac{c I_\nu}{\lambda^2} \tag{2.5}$$

En utilisant l'intensité spécifique du corps noir, la **loi de Planck** prend alors la forme :

$$\boxed{B_\nu(T) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}} \tag{2.6}$$

avec $B_\nu(T)$ exprimée en unités de W m^{-2} sr^{-1} Hz^{-1} comme toute intensité spécifique.

• Approximation de Rayleigh-Jeans

Dans l'approximation Rayleigh-Jeans, $h\nu << kT$. On développe l'exponentielle avec un DL ($e^x - 1$ au voisinage de $x = 0$ devient $x/1 + x^2/2! + ...$) :

$$B_{\nu,RJ}(T) \sim \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{\frac{h\nu}{kT}} \tag{2.7}$$

soit :

$$\boxed{B_{\nu,RJ}(T) \sim \frac{2\pi}{c^2} kT\nu^2} \tag{2.8}$$

• **Approximation de Wien**

Dans l'approximation Wien, $h\nu >> kT$. L'exponentielle domine le dénominateur :

$$\boxed{B_{\nu,W}(T) \sim \frac{2\pi h}{c^2}\nu^3 e^{-h\nu/kT}} \tag{2.9}$$

• **Puissance totale : loi de Stefan-Boltzmann**

La puissance totale rayonnée par un corps noir par unité de sa surface est l'intégrale de $B_\nu(T)$ sur l'angle solide Ω et les fréquences ν :

$$P(T) = \int\int B_\nu(T) d\Omega d\nu \tag{2.10}$$

Le calcul $P(T)$ fait donc intervenir l'intégrale :

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu \tag{2.11}$$

Pour calculer cette intégrale, qui converge, on effectue l'habituel changement de variable :

$$x = \frac{h\nu}{kT} \tag{2.12}$$

L'íntégrale 2.11 se réecrit donc :

$$I = \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \int_0^{+\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx \tag{2.13}$$

Il se trouve que

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15} \tag{2.14}$$

On en déduit alors la **loi de Stefan-Boltzmann : la densité d'énergie totale est proprotionnelle à la puissance quatrième de la température** :

$$\boxed{P(T) = \sigma T^4} \tag{2.15}$$

avec $\sigma = 5.670 \times 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$ la constante de Stefan-Boltzmann.

• **Loi du déplacement de Wien**

On cherche la longueur d'onde (ou fréquence) correspondant au maximum de la fonction de Planck. Numériquement, en exprimant λ en microns et T en K, on obtient pour $dB_\lambda/d\lambda = 0$:

$$\boxed{\lambda_m T \simeq 3000 \ \ \mu\mathrm{m\,K}} \tag{2.16}$$

En fréquence, on obtient pour $dB_\nu/d\nu = 0$:

$$\boxed{c/\nu_m T \sim 5000 \ \ \mu\mathrm{m\,K}} \tag{2.17}$$

Cette loi s'appelle **Loi du déplacement de Wien**, et montre que la fréquence du maximum d'émission du corps noir se déplace linéairement avec la température. Cette propriété très simple aura d'innombrables conséquences observationnelles. Noter que le maximum en fréquence diffère (un peu) du maximum en longueur d'onde.

2.3 Différentes températures

On définit plusieurs températures pour un système n'est pas à l'ETL (équilibre thermodynamique local). Si le système est à l'ETL, ces températures seront identiques.

• Température de brillance

La température de brillance T_B (exprimée en Kelvin) est la température du corps noir qui s'ajuste à l'intensité de l'objet mesuré à la fréquence ν : $I_\nu = B_\nu(T_B)$. On peut montrer que [Rohlfs & Wilson, 2004, eq. 1.32] :

$$T_B = \frac{c^2}{2k\nu^2} B_\nu = \frac{\lambda^2}{2k} B_\nu \tag{2.18}$$

Pour faciliter les applications numériques, voici les expressions approchées :

$$T_B \simeq \frac{3.26 \times 10^{39}}{\nu^2} B_\nu \simeq 3.63 \times 10^{22} \lambda^2 B_\nu \tag{2.19}$$

• Température de couleur

La température de couleur $T_{couleur}$ est donnée par la loi de Wien.

• Température effective

La température effective T_{eff} est la température donnée par la loi de Stefan, i.e l'intégrale sur tout le spectre : $I = \sigma T_{eff}^4$.

• Température thermique

La température thermique T_{th} correspond à une vitesse, ou agitation thermique, par exemple : $1/2mv^2 = 3/2kT_{th}$.

2.4 Rayonnement des principaux objets astrophysiques

L'émission de corps noir peut approximativement décrire l'émission d'objets astrophysiques dans de nombreux cas, mais pas tous (on parle alors de rayonnement non-thermique). Nous indiquons ci-après les principales caractéristiques des rayonnements dominants.

Dans le cas du corps noir, il faut retenir que ce n'est qu'une approximation valide sur un domaine restreint de fréquences, et que des raies d'absorption ou d'émission peuplent souvent les spectres observés. Pour plus d'information, consulter Acker [2005] ou Harwit [1998] par exemple.

• Planètes et atmosphères planétaires

Une planète d'albédo A, située à la distance D du Soleil émet approximativement un spectre de corps noir de température T_P :

$$T_P = \left(\frac{L_\odot (1-A)}{16\pi\sigma} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{D}} \tag{2.20}$$

Cette relation s'obtient en égalisant l'énergie solaire reçue et absorbée $\frac{L_\odot}{4\pi D^2} \pi R^2 (1-A)$ et l'énergie rayonnée par la planète $\sigma T_P^4 (4\pi R^2)$. On rappelle que $L_\odot \sim 3.8 \times 10^{26}$W et que $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3} = 5.67 \times 10^{-5}$ erg cm^{-2} K^4. Numériquement, avec D en unité astronomique [Acker, 2005] :

$$T_P \simeq \frac{280(1-A)^{1/4}}{\sqrt{D}} \tag{2.21}$$

Ce calcul fait abstraction de l'énergie interne des planètes et de leur atmosphère, de sorte que la valeur réelle de la température est légèrement supérieure à celle calculée ainsi.

L'atmosphère d'une planète émet aussi (approximativement) comme un corps noir. Dans la cas de la Terre, $T_{atm} \simeq 300K$. La loi du déplacement de Wien nous indique que l'atmosphère terrestre émet au maximum vers $\lambda_M \simeq 10$ μm dans l'infrarouge.

• Petits corps des systèmes planétaires

Les petits corps ont une température qui s'approxime bien avec celle donnée dans l'équation 2.21 puisqu'ils sont dénués d'atmosphère et d'énergie interne.

• Nuage zodiacal

Le nuage de poussières de notre système solaire a la forme d'un disque orienté selon l'écliptique dans lequel la Terre se déplace. Sa température est d'environ 120K. Son émission est donc maximale vers 25 μm, comme observé dans les données infrarouges de IRAS ou COBE/DIRBE [Kelsall et al., 1998].

• Etoiles et évolution stellaire

L'atmosphère des étoiles émet quasiment comme un corps noir, modulo les fortes raies d'absorptions et discontinuités [Acker, 2005]. Avec des températures typiques de 30000 à 3000K, le maximum d'émission se trouve dans domaine UV (100 nm) pour les plus chaudes et massives au proche infrarouge (1 μm) pour les plus froides.

Les coquilles successives au centre des étoiles sont de bons corps noirs, car proches de l'équilibre thermodynamique local (ETL, ou LTE en anglais).

L'évolution stellaire donne lieu à d'autres types d'émission : infrarouge pour les envelopes poussiéreuses d'AGB, X et γ pour les binaires X et les supernovae, radio pour quasiment toutes (synchrotron : accélération de particules chargées dans le champ magnétique stellaire). Le freinage (Bremsstrahlung ou free-free) et l'interaction Compton (inverse ou pas) sont à l'origine de rayonnements pouvant s'étendre sur tout le spectre.

• Milieu interstellaire

Le milieu interstellaire (MIS) est souvent diffus et siège de conditions physiques très variées. Le rayonnement est essentiellement dû au refroidissement des molécules et particules (grains) excitées par le champ de rayonnement stellaire. Les molécules et petites particules émettent du rayonnement de désexcitation (ionisation, rotation, vibration) dans des raies fines ou larges selon la nature du matériau (de l'UV au domaine radio). Les gros grains se mettent à l'équilibre thermique et rayonnent comme un corps noir : les températures typiques observées varient de 17K à 80K (infrarouge lointain) [Désert et al., 1990].

A cause de la distribution en taille des grains et de leurs propriétés, le spectre résultant n'est pas exactement celui d'un corps noir, mais celui d'un *corps noir modifié* : $B_\nu(T)\nu^\beta$, β étant appellé indice spectral, compris entre environ 1.5 et 3 [Dale et al., 2001; Miville-Deschênes & Lagache, 2005].

• Environnement de trous noirs

Le disque d'accrétion autour des trous noirs génère du rayonnement non-thermique énergétique (notamment γ et X) qui s'étend sur tout le spectre, qui traverse ensuite le reste du voisinage du trou noir. Le milieu absorbe ce rayonnement dont la dureté s'atténue progressivement. Lorsque ce rayonnement est absorbé par les gros grains à plus grande distance, il y a souvent émission thermique comme dans les galaxies à flambée de formation stellaire. Les galaxies dominées par un noyau actif ont un spectre qui s'approxime assez bien par une loi de puissance.

• Galaxies

Les galaxies, objets gravitationnellement liés de matière noire, étoiles, gaz, poussières, molécules et particules, rayonnent la somme de leurs constituants, sur la totalité du spectre électromagnétique.

Dans le domaine visible et proche-IR, c'est l'émission stellaire qui domine ; dans l'IR moyen c'est la poussière chaude des environnements stellaires et des trous noirs ; en IR lointain et sub-

millimétrique c'est la poussière froide ; Dans le domaine radio, c'est l'émission non-thermique qui domine (rayonnement synchrotron des résidus de supernovae ou de jets). A haute énergie, le disque d'accrétion autour du trou noir domine lémission γ et X ; Les étoiles jeunes et massives émettent dans l'UV. A ce spectre continu s'ajoutent de nombreuses raies atomiques et moléculaires, ainsi que des émissions transitoires.

• Amas de galaxies

Les amas de galaxies forment les structures les plus massives, de typiquement $10^{14-15}\,M_\odot$, et de taille de l'ordre du Mpc. Leur masse est approximativement répartie ainsi : $\sim$80% de matière noire, $\sim$15% de gaz chaud, et $\sim$5% de galaxies. La masse visible est donc dominée par le gaz chaud (H, He et métaux) complètement ionisé, typiquement à 10^{6-8}K émettant par freinage (Bremsstrahlung ou free-free) des photons d'énergie de l'ordre de la dizaine de keV. Le rayonnement est donc ici non-thermique et n'a rien à voir avec un corps noir. La densité du gaz intra-amas est faible, de l'ordre de $10^{-3,-2} cm^{-3}$. Le milieu intra-amas (ou intergalactique) émet aussi d'autres rayonnements : dans l'UV pour les métaux ionisés, dans l'IR pour la poussière.

L'émission des galaxies de l'amas est aussi présente.

Notons enfin l'effet Sunyaev-Zeldovic'h, qui est dû à la diffusion Compton (inverse) des photons du fond cosmologique sur les électrons énergétiques du milieu intra-amas. Cet effet modifie, dans la direction de l'amas, le spectre du corps noir cosmologique, et est bien observé dans le domaine millimétrique.

• Rayonnement thermique de l'Univers

Le rayonnement thermique de l'Univers, mesuré actuellement à 2.725 ± 0.002K [Mather et al., 1999], est un rayonnement parfait de corps noir à 10^{-5} près. Son intensité est maximale vers 1 mm de longueur d'onde. Appellé fond diffus cosmologique (ou Cosmic Microwave Background, CMB, en anglais), ou rayonnement fossile, il a été diffusé la dernière fois à la recombinaison de l'Univers, à un redshift de $z_{dec} = 1089 \pm 1$ [Bennett et al., 2003] (effet non instantané : $\Delta z_{dec} = 195 \pm 2$ [Bennett et al., 2003]). Son spectre de corps noir provient du fait que matière et rayonnement étaient couplés auparavant et se sont thermalisés.

• Exemple : distribution spectrale d'énergie de l'Univers extragalactique

La figure 2.3 montre la distribution spectrale d'énergie (mise à jour en 2007, d'après Dole et al. [2006]) de l'Univers extragalactique, i.e. la brillance en fonction de la longueur d'onde. Cette distribution est dominée par le corps noir cosmologique dans le domaine millimétrique. Viennent ensuite : le fond de galaxies dans le domaine infrarouge, puis visible, (probablement UV), puis X et γ. Le fond radio (non représenté ici) devrait être du niveau du fond UV.

Ce rayonnement extragalactique étant l'intégrale sur l'histoire de l'Univers des émission des galaxies, il nous renseigne sur les processus physiques d'émission des photons. Ces derniers dépendent de nombreux paramètres, en particulier des paramètres cosmologiques gouvernant la structuration et l'effondrement de la matière, mais aussi de la physique de la formation stellaire. Ce rayonnement, loin de correspondre à celui d'un corps noir, nous renseigne néanmoins sur les propriétés globales des galaxies.

Le fait que le CIB (fond diffus extragalactique infrarouge, *Cosmic Infrared Background*) soit de brillance légèrement supérieure au COB (fond diffus extragalactique optique, *Cosmic Optical Background*), 24 vs 23 nW/m^2/sr, indique que les processus de formation et d'évolution des galaxies génerent en moyenne 115 photons infrarouges pour 1 photon visible [Dole et al., 2006].

Noter que du fait de l'interaction photon-photon, le rayonnement de très haute énergie (TeV) des Blazars permet de contraindre le fond de rayonnement dans l'IR proche, et réciproquement.

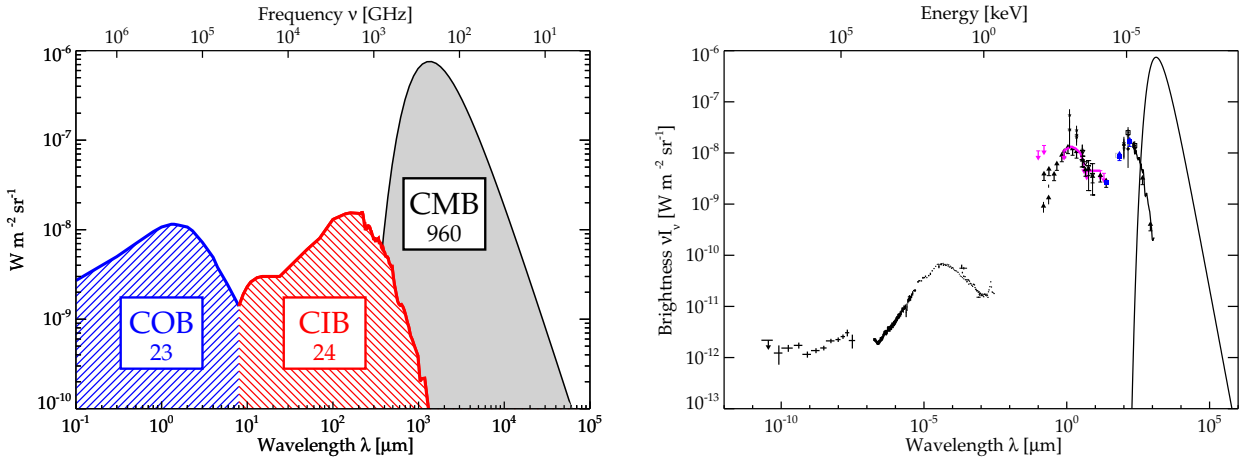


FIG. 2.3 – **Les contributions majeures en rayonnement dans l'Univers, hors notre Galaxie** : le fond cosmologique (CMB) et le fond diffus extragalactique, qui s'étend du domaine radio aux rayons γ, mais qui est maximum dans l'infrarouge (CIB : Cosmic Infrared Background) puis l'optique (COB : Cosmic Optical Background). Ce graphique représente la brillance du rayonnement extragalactique et cosmologique, qui est proportionnelle à la puissance reçue, en fonction de la longueur d'onde (ou énergie) d'observation. A gauche : CMB, CIB et COB, avec les valeurs des brillances indiquées dans le cadre en $nW/m^2/sr$ (tiré de [Dole et al., 2006]). A droite : le même schéma, mais étendu sur tout le spectre (inspiré [Dole et al., 2006] ; voir le site web galaxies IR à l'IAS : http ://www.ias.u-psud.fr/irgalaxies/)

Chapitre 3

La vie d'un photon n'est pas un long fleuve tranquille

Contents

3.1 Introduction au signal et au bruit 27
3.2 Milieux astrophysiques 28
3.3 Atmosphère et environnement terrestres 28
3.4 Télescope 29
3.5 Détecteur 30
3.6 Echantillonnage et stratégie d'observation 30
3.7 Morale de l'histoire 31

3.1 Introduction au signal et au bruit

Le signal peut être défini comme *l'information recherchée dans un contexte donné*. Le bruit peut se définir alors comme *toute information ou processus indésirable dans ce même contexte*.

• Le signal est de nature très diverse : intensité et fréquence d'un son, forme et/ou intensité dans une image, courant ou tension électrique, champ (éléctro-)magnétique, élévation de température, degré de polarisation, paramètres thermodynamiques (pression, température, vitesse) d'un aérosol dans une atmosphère, présence et nature d'un gaz, de radioéléments, de particules.

La nature du bruit recouvre également plusieurs aspects, puisque il s'agit de toutes les sources affectant le signal. Parmi les exemples classiques de bruit, citons : niveaux sonore intense dans un restaurant (conversations, musique) ne permettant pas de bien suivre la conversation ; éclairage public nocturne trop puissant ne permettant pas de voir à l'oeil nu les étoiles et la Voie Lactée.

• Le signal pour un chercheur peut ainsi être le bruit d'un autre et réciproquement : le cosmologiste interessé aux fluctuations du fond diffus cosmologique (qu'il considère donc comme signal) rangera dans le bruit l'émission des poussières de notre Galaxies et de toutes les galaxies sur sa ligne de visée. Réciproquement, le chercheur interessé aux galaxies sera géné par le CMB et les poussières de notre Galaxie. C'est pour cette raison que la notion de contexte apparaît dans la définition du signal et du bruit.

Comme le souligne mon collègue A. Abergel, un autre exemple est celui d'une salle de classe, dans laquelle un professeur discours. Deux étudiants discutant entre eux (situation évidemment irréaliste) assimileront la voix du professeur à du bruit, alors que le signal sera la voix de l'autre étudiant. A d'autres moments, c'est la voix de l'étudiant voisin qui pourra constituer une source de bruit pour l'étudiant écoutant le discours du professeur, dont la voix est alors le signal recherché.

• En astrophysique, le signal éléctromagnétique est souvent peu intense par rapport aux nombreuses sources de bruit qui vont l'affecter : l'atmosphère (brillance de fond, absorption, déformation du front

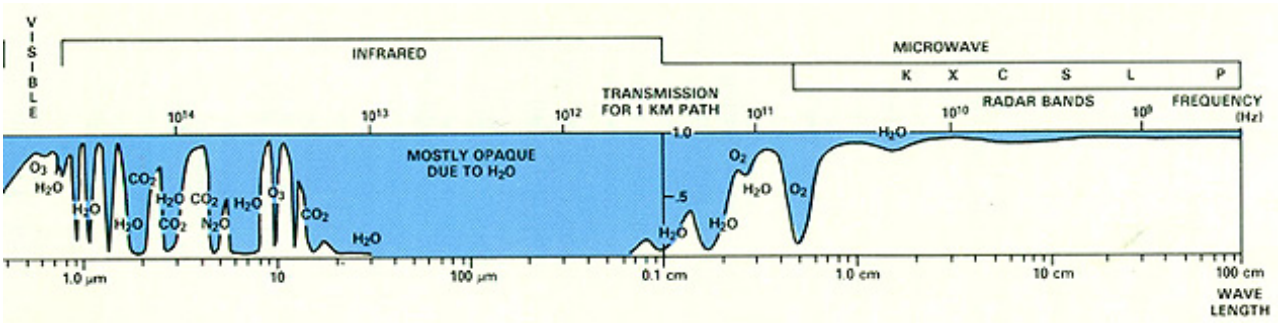


FIG. 3.1 – **La fenêtre atmosphérique.** Ce schéma montre la transmission atmosphérique (zone blanche) : maximale en haut du schéma, nulle en bas. Les principales fenêtres pour observer le ciel sont donc dans le domaine visible (à gauche) et radio (à droite), avec quelques possibilités en IR proche et submillimétrique. L'opacité de l'atmosphère est principalement due aux raies de H_2O, O_2, O_3, CO_2. Trouvé sur www.fas.org *Si vous trouvez une meilleure illustration, je suis preneur !*

d'onde), optique (diffraction), détecteur (bruit thermique et de lecture), stratégie d'observation (pas assez bonne couverture ou échantillonnage) par exemple.

La notion de rapport signal sur bruit (ou signal à bruit), importante, permet de quantifier la qualité d'un signal, c'est à dire s'il émerge significativement du bruit. Sous ce terme anodin, "significativement", se cache beaucoup d'analyse statistique, de litterature, de controverses, de bidouille, de sueur (froide) ... ! Vous y serez très vite confronté.

• On peut classer le bruit en deux catégories : *bruit (ou effet) systématique*, dont la nature est par exemple astrophysique ou instrumentale ; et *bruit aléatoire*, par exemple bruit thermique.

Avec ces différentes natures de bruit, on voit qu'il est strictement impossible de "soustraire" ou "annuler le bruit", comme il est parfois improprement entendu. On peut (et doit) caractériser un bruit, en limiter les effets, soustraire parfois un effet systématique (astrophysique ou détecteur) au prix d'un rajout de bruit d'autre nature, mais on ne peut jamais soustraire le bruit, stricto sensu.

Nous survolons ci-après les principales sources de bruit et les processus qui altèrent le signal, et qui ont été évoqués en section 1.3.

3.2 Milieux astrophysiques

Les photons qui nous parviennent traversent divers milieux astrophysiques sur la ligne de visée. Ces milieux peuvent modifier certaines propriétés du flux de photons : spectre en énergie, état de polarisation, direction.

Le rayonnement (modifié ou non) qui nous intéresse est ensuite souvent noyé par d'autres rayonnements astrophysiques plus intenses provenant d'objets voisins de la source (étoile dans le cas d'une exoplanète, nuage moléculaire dans le cas d'une proto-étoile) ou non (poussières de notre Galaxie et de notre Système Solaire dans le cas de galaxies lointaines ou du CMB). On parle alors d'avant-plans ou d'arrière-plans contaminants.

Les émissions astrophysiques contaminantes et intenses engendrent un bruit de photon important, i.e. des fluctuations dans lesquelles peut être noyé le signal recherché. Par exemple : CMB ou fond diffus extragalactique par rapport à l'émission Galactique et zodiacale ; polarisation du CMB par rapport à la polarisation des poussières de la Galaxie.

3.3 Atmosphère et environnement terrestres

Les observatoires situés au sol subissent le filtrage spectral provoqué par notre atmosphère, en particulier à cause de l'absorption du rayonnement par les molécules d'eau, de CO_2, d'ozone. Pour

simplifier, l'atmosphère est en partie transparente au rayonnement visible (et un peu au-dela en UV et IR proche et thermique), submillimétrique et radio (voir la figure 3.1 pour les détails).

L'atmosphère, rayonnant comme un corps noir de température environ 300K, rend les observations dans l'infrarouge proche et moyen (de 1 à 20 μm) très difficiles, puisque le ciel est toujours "brillant", même la nuit. Il faut donc procéder à une soustraction en temps réel en effectuant des mesures on-off (i.e. sur la source, puis à coté, et soustraction des deux) plusieurs fois par seconde.

Enfin, l'atmosphère perturbe le front d'onde et étale le signal (turbulence). Des techniques d'optique adaptative permettent dans certains cas de s'affranchir de l'effet dominant, permettant d'atteindre des résolutions angulaires impressionnantes.

Les meilleurs sites au sol se trouvent actuellement dans les endroits désertiques (peu de vapeur d'eau) et/ou avec un écoulement laminaire de l'atmosphère. Ces situations se retrouvent dans les déserts d'altitude et les îles volcaniques. Les meilleurs sites actuels sont : Antartique, le désert d'Atacama, les îles d'Hawaii et des Canaries. D'autres bons sites existent : désert de Gobi, Australie, Arizona.

Les observations depuis l'espace ne sont quasiment pas affectées par l'atmosphère terrestre ; elles sont surtout affectées, sur des orbites basses, par l'émission thermique de la Terre, l'alternance rapide jour-nuit pour certaines orbites (qui engendre des changements de températures violents aux instruments, dont la sensibilité et/ou les propriétés électroniques peuvent être affectés), les rayons cosmiques, et par la présence de particules énergétiques piégées dans le champ magnétique terrestre, en particulier la SAA (South Atlantic Anomaly).

Les observations stratosphériques (en ballon vers 40km d'altitude) ou en avion (vers 10-15km) subissent beaucoup moins les effet atmosphériques.

• Un petit mot sur la complémentarité sol-ballon-espace. Au sol, malgré le domaine spectral accessible réduit et la turbulence atmosphérique, les observatoires sont très compétitifs en raison de surfaces collectrices immenses, de temps d'observation longs et d'avancées technologiques très rapidement utilisées (miroirs géants minces, optique active et adaptative, détecteurs géants en matrices, spectrographes multifibres, interférométrie) et d'un coût de construction et de maintenance raisonnables. Le spatial, plus coûteux, nous permet d'accéder à des domaines spectraux inaccessibles, mais avec un temps de développement de l'ordre de 15 à 20 ans. Le ballon, assez bon marché et rapide à mettre en oeuvre (de 3 à 5 ans) apporte souvent des résultats très originaux (par exemple PRONAOS, BOOMERANG, MAXIMA, Archeops), tout en permettant de valider certains choix technologiques spatiaux (Archeops pour Planck-HFI). Le spatial engendre aussi un nombre considérable de retombées technologiques (CCD, bolomètres) et industrielles/économiques (météo, observation de la Terre, micro-électronique, ou plus anciennement papier aluminium, bande velcro, petites caméras vidéo, etc..). Les trois types d'observatoires se complètent donc admirablement sans vraiment se concurrencer.

3.4 Télescope

Le télescope, du fait de sa taille finie, engendre la diffraction des ondes éléctromagnétiques planes incidentes. Ainsi, une source ponctuelle située à l'infini imagée à travers un télescope ne donnera jamais un point, mais un point convolué par la fonction d'appareil, le plus souvent une fonction d'Airy (en fait la transformée de Fourier de l'ouverture). Cette fonction d'Airy (ou toute autre fonction) dépend strictement des caractéristiques du télescope, et plus précisément des éléments qui interviennent sur le trajet lumineux : forme, taille et matériau des optiques, obstructions.

On parle de *réponse impulsionnelle* : c'est la fonction qui donne le résultat du passage dans tout le système optique (d'où le nom "réponse") d'une source ponctuelle ou d'un dirac (d'où le nom "impulsionnel"). En optique, on parlera de *fonction d'étalement de point* (ou PSF en anglais : point spread function). Mathématiquement, la PSF est la transormée de Fourier des optiques que voient les rayons lumineux. Exemple d'un miroir circulaire simple dont on ne regarde qu'un diamètre : c'est une fonction porte. La TF d'une fonction porte est un sinus cardinal. A deux dimensions, la TF d'une ouverture circulaire est la fonction d'Airy.

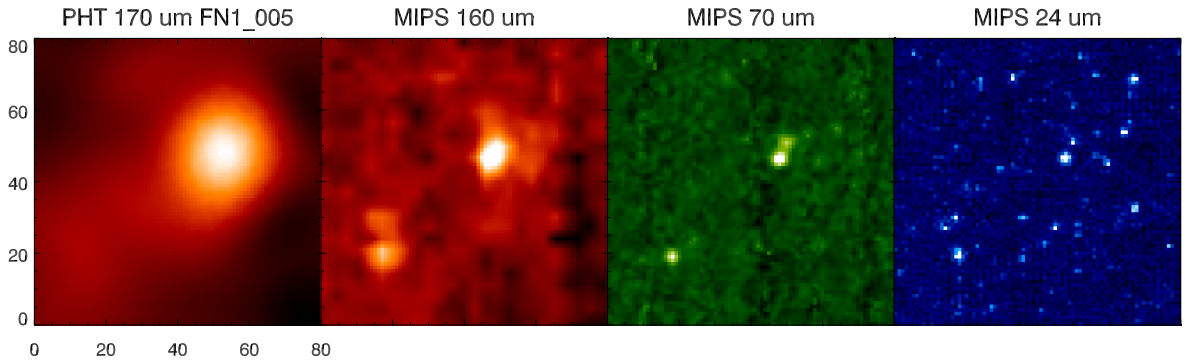


FIG. 3.2 – **Effets de l'échantillonnage sur des galaxies infrarouges observées par ISO et Spitzer.** La même région du ciel est observée : $6.6' \times 6.6'$ dans le champ dit ELAIS N1. De gauche à droite : ISO à 170 μm de longueur d'onde ; Spitzer à 160 μm ; Spitzer à 70 μm ; Spitzer à 24 μm. On voit sur les 2 images de gauche, que l'échantillonnage d'ISO était plus faible que Spitzer, ce qui permet à ce dernier de détecter deux sources angulairement proches (en bas à gauche), alors que les télescopes ont des tailles comparables. Les trois images de droite illustrent simplement l'évolution de la résolution angulaire en fonction de la longueur d'onde : la source brillante en IR lointain (en haut à droite) est en fait composée de plusieurs galaxies. Figure 11 de Lagache et al. [2005].

Cette fonction d'étalement de point a une largeur spatiale (ou angulaire) assez grande. Dans certains cas (en radio notamment), l'extension angulaire trés grande provoque une sensibilité petite mais non-nulle : on appelle cela des lobes secondaires et/ou des lobes lointains. Le signal reçu par le télescope est donc affecté par des sources hors-axe à cause des lobes secondaires.

De la lumière parasite peut exister dans les télescopes. Ce signal aussi sera détecté.

Enfin, le système optique peut engendrer des distorsions qui ont pour effet de ne pas illuminer les détecteurs de manière uniforme.

3.5 Détecteur

Le détecteur convertit le signal électromagnétique en grandeur physique mesurable, comme un courant, une tension, de la chaleur. Le processus physique de détection n'a pas une efficacité de 100%.

A ces pertes, s'ajoute le bruit du système de détection. Il y a toujours un bruit thermique dans l'électronique, essentiellement aléatoire. Il y a également d'autres bruits, avec toujours une composante aléatoire et souvent une composante systématique : le bruit d'amplification et de lecture.

Enfin, d'autres sources de bruit existent, en particulier les "rayons" cosmiques – en fait des particules – qui frappent les détecteurs et y déposent de l'énergie.

3.6 Echantillonnage et stratégie d'observation

Le rayonnement étant détecté, il faut l'enregistrer. Se pose alors le problème de l'échantillonnage, c'est à dire de la fréquence temporelle (et/ou spatiale) avec laquelle l'information va être mesurée.

Par exemple, dans le cas d'une matrice CCD, l'échantillonnage spatial correspond à la taille des pixels (aucune information plus petite que le pixel ne peut être mesurée), et l'échantillonnage temporel correspond au temps écoulé entre deux intégrations successives.

La figure 3.2 illustre l'effet combiné de l'échantillonnage spatial (taille des pixels) d'une part, et de la résolution angulaire du télescope d'autre part. Cette dernière dépend de la taille du télescope mais aussi de la longueur d'onde d'observation. On voit que l'instrument ISOPHOT (à gauche) avec 90" par pixel, ne résout pas les deux galaxies (en bas à gauche) observées par MIPS sur Spitzer à une

longueur d'onde similaire, mais avec une taille de pixel de 18" (5 fois meilleur). Cet exemple montre que l'échantillonnage du signal est un aspect aussi important que les autres dans une observation en astrophysique (et plus généralement en traitement du signal) et qui peut altérer l'information recherchée.

Rien ne sert d'avoir un détecteur avec une taille de pixel très inférieure à la PSF (fonction d'étalement de point, ou réponse impulsionnelle du système optique), puisque plusieurs pixels mesureront la même information, avec l'inconvénient de rajouter du bruit différent. Rien en sert non plus d'avoir une taille de pixel trop grande par rapport à la PSF : dans ce cas l'échantillonnage dégrade l'information, puisque c'est à cause de la grande taille du pixel que l'information de plusieurs PSF est noyée.

L'échantillonnage est également temporel. Il est intuitif de remarquer que dans une recherche d'un signal variant à une fréquence caractéristique de 1 seconde environ, il sera pertinent d'utiliser un échantillonnage de l'ordre de quelques dizièmes de seconde, et non pas une minute (sous-échantillonnage qui rend le phénomène inobservable) ou une nano-seconde (sur-échantillonnage qui n'apporte pas beaucoup plus d'information au prix de beaucoup de bruit et de ressources).

A travers ces deux examples, on voit qu'il faut trouver un bon compromis entre la taille caractéristique du signal et la taille de l'échantillonnage. Un critère quantitatif existe, et sera discuté plus loin.

Enfin, l'échantillonnage est aussi relié à la stratégie d'observation, qui décide de la durée et la fréquence des intégrations, mais aussi de la vitesse de balayage sur le ciel (dans le cas de certains relevés comme SDSS, MIPS, Planck).

3.7 Morale de l'histoire

Tous les effets discutés (astrophysique, atmosphère, télescope, détecteur, stratégie) affectent significativement le signal mesuré. Il est nécessaire de qualifier proprement en amont tous ces effets et de les quantifier aussi précisément que l'analyse scientifique l'exige.

Cette démarche de caractérisation fine et éventuellement de correction est essentielle pour la crédibilité et le succès d'un programme observationnel.

C'est l'objet de toutes les sections suivantes.

Deuxième partie

Outils de base de l'analyse statistique et du signal

Chapitre 4

Rappels de théorie des probabilités

Contents

4.1 Notions élémentaires . . . 36
4.1.1 Définitions . . . 36
4.1.2 Fonction de distribution (ou de densité de probabilité) . . . 36
4.1.3 Moments . . . 37
4.1.4 Plusieurs variables . . . 37
4.2 Distribution de Gauss (loi normale) . . . 38
4.2.1 Définition . . . 38
4.2.2 Propriétés . . . 38
4.3 Autres distributions . . . 39
4.3.1 Distribution binomiale . . . 39
4.3.2 Distribution de Poisson . . . 40
4.4 Théorème central limite . . . 40
4.5 Estimateur de la moyenne . . . 41
4.6 Dans le monde réel : la moyenne pondérée . . . 42
4.7 Un dernier mot : ergodisme . . . 42

En mesurant un signal (par exemple le flux d'un astre), on ne cherche pas qu'une seule valeur (le flux en question) qui n'aurait aucune signification physique. On cherche en fait la *distribution de cette valeur* (ou plus exactement la distribution de probabilité de mesurer cette valeur, Protassov [2002]), caractérisée par *deux grandeurs : la moyenne et la largeur*, en plus du nombre de mesures.

La démarche scientifique consiste donc à effectuer de nombreuses mesures pour en déduire la distribution de la grandeur physique recherchée. Cette distribution nous permettra de trouver la grandeur (valeur la plus probable de la distribution, souvent la moyenne, parfois autre chose comme on le verra) et son incertitude (largeur de la distribution). La théorie des probabilités formalise le lien entre observable et processus aléatoire sous-jacent.

Noter que l'on n'utilise pas le terme "erreur", qui signifie la différence entre le résultat d'une mesure et la vraie valeur de la grandeur mesurée [Protassov, 2002]. Le terme "incertitude", pertinent en physique, décrit la largeur de la distribution de la grandeur physique mesurée.

(Cette partie s'inspire de Protassov [2002], de Taylor [1982] et, dans une moindre mesure, de l'appendice B de Léna et al. [1998].)

4.1 Notions élémentaires

4.1.1 Définitions

Supposons que l'on dispose de N réalisations indépendantes d'un événement, et que parmi celles-ci n donnent la valeur a. La probabilité $P(a)$ que l'événement donne a comme mesure sera :

$$P(a) = \frac{n}{N} \tag{4.1}$$

Cette définition est utilisable par exemple dans le cas où l'évenement concerne la note des étudiants d'une classe à un examen. On connait alors la probabilité P d'avoir un résultat entre telle et telle note.

On peut généraliser cette définition à

$$P(a) = \lim_{N\to\infty} \frac{n}{N} \tag{4.2}$$

Conséquemment, la probabilité est un réel compris entre 0 et 1 : $0 \leq P \leq 1$, et la somme des probabilités sur toutes les possibilités $\{i\}$, $i = a, b, c, ...$ de l'événement E vaut 1 :

$$\sum_i P(i) = 1 \tag{4.3}$$

On appelle parfois l'équation 4.3 l'équation de normalisation.

Cas important : si deux évènements A et B sont *indépendants*, la probabilité $P(AB)$ de mesurer à la fois A et B est le produit des probabilités respectives de mesurer A et B :

$$P(AB) = P(A)P(B) \tag{4.4}$$

4.1.2 Fonction de distribution (ou de densité de probabilité)

Effectuons N mesures d'une grandeur x (ou de manière équivalente : regardons N réalisations d'un processus), qui pourrait être par exemple la température de l'air ambiant, la somme des 4 derniers chiffres de numéros de téléphone pris dans l'annuaire, les notes des copies d'examen d'étudiants. Traçons l'histogramme des fréquences des mesures de x. Si N tend vers l'infini, l'histogramme va tendre vers une fonction $f(x)$, que l'on appelle *densité de probabilité* ou encore *fonction de distribution* de probabilité. x est alors appelé *variable aléatoire*.

(Pour information, la *fonction de répartition* $F(x)$ est simplement l'intégrale de la fonction de distribution entre moins l'infini et x, toujours croissante.)

La probabilité P de trouver la valeur dans l'intervalle compris entre x_1 et x_2 est donc :

$$P = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = F(x_2) - F(x_1) \tag{4.5}$$

La condition de normalisation 4.3 s'écrit dans ce cas :

$$\boxed{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1} \tag{4.6}$$

ou, dans le cas d'une variable aléatoire discrète pour laquelle $P(x_i)$ est la probabilité d'obtenir la valeur x_i :

$$\sum_{i=1}^{+\infty} P(x_i) = 1 \tag{4.7}$$

• De la fonction de distribution à la moyenne et à la variance.

La fonction de distribution $f(x)$ est réelle, positive ou nulle, comprise entre 0 et 1, selon les définitions précédentes. Dans le cas physique qui nous intéresse, $f(x)$ tendra en outre rapidement vers zéro en plus et moins l'infini pour satisfaire la condition de normalisation 4.6.

On définit $\bar{x}$ la *valeur moyenne de x* comme :

$$\boxed{\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx} \tag{4.8}$$

ou, dans le cas discret :

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{+\infty} x_i P(x_i) \tag{4.9}$$

On définit la *variance* (ou *carré de l'écart-type*) σ^2 par :

$$\boxed{\sigma^2 = \overline{(x-\bar{x})^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\bar{x})^2 f(x) dx} \tag{4.10}$$

ou, dans le cas discret :

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{+\infty} (x_i - \bar{x})^2 P(x_i) \tag{4.11}$$

Dans le cas d'une distribution symétrique non-pathologique, la moyenne représente le maximum de probabilité, et l'écart-type la largeur de la distribution.

Mesurer une grandeur physique revient, on l'a vu, à déterminer la valeur la plus probable avec une incertitude : la fonction de distribution nous permet de donner ces deux valeurs.

4.1.3 Moments

On définit le *moment central d'ordre* n de la distribution par :

$$\mu_n \equiv \overline{(x-\bar{x})^n} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\bar{x})^n f(x) dx \tag{4.12}$$

"central" signifie que le moment est calculé par rapport à la valeur moyenne $\bar{x}$. On oublie souvent ce qualificatif, soit parce que c'est évident, soit parce que l'on s'intéresse à des signaux de moyenne nulle. Il est aussi possible d'utiliser des moments qui ne font pas intervenir la moyenne : $\mu'_n = \bar{x^n}$.

On voit que, par définition, le moment d'ordre 0 μ_0 vaut 1 (c'est la condition de normalisation), que le moment d'ordre 1 μ_1 vaut 0 (par définition de la moyenne), et que le moment d'ordre 2 μ_2 vaut σ^2 (définition de la variance).

On peut être amené à utiliser le moment d'ordre 3 qui caractérise l'asymétrie de la distribution (gauchissement ou obliquité, "skewness" en anglais) et d'ordre 4 qui caractérise la finesse du pic ("kurtosis" ou aplatissement). En effet, dans la cas gaussien (voir ci-dessous), les moments d'ordre supérieur à 2 sont nuls, et étudier ces moments permet de caractériser le caractère gaussien ou non d'une distribution.

4.1.4 Plusieurs variables

Tout ce qui vient d'être traité à une dimension (une seule variable) peut être généralisé à plusieurs dimensions (ou variables). Nous n'illustrerons ici que le cas à deux variables aléatoires x_1 et x_2.

La densité de probabilité s'écrit ainsi $f(x_1, x_2)$, et la probabilité P de mesurer la première grandeur entre x_1 et $x_1 + dx_1$ et la seconde entre x_2 et $x_2 + dx_2$ sera :

$$P = f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \tag{4.13}$$

La condition de normalisation sera :

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1,x_2)dx_1dx_2 = 1 \tag{4.14}$$

Examinons le cas, important en physique, où les deux variables aléatoires sont *indépendantes*. Supposons ainsi que l'on mesure deux grandeurs indépendantes x_1 et x_2, comme la largeur et la longueur d'une pièce, les notes de copies et la taille des étudiants. Dans ce cas, en vertu de 4.4 :

$$f(x_1,x_2) = f(x_1)f(x_2) \tag{4.15}$$

Imaginons que nous nous intéressions à la somme de x_1 et x_2. On peut montrer que la moyenne et la variance de la distribution $x_1 + x_2$ sont donnés par :

$$\overline{x_1+x_2} = \bar{x_1} + \bar{x_2} \tag{4.16}$$

$$\sigma^2_{x_1+x_2} = \overline{(x_1+x_2-(\bar{x1}+\bar{x_2}))^2} = \sigma^2_{x_1} + \sigma^2_{x_2} \tag{4.17}$$

4.2 Distribution de Gauss (loi normale)

4.2.1 Définition

Cette distribution est très fréquente en physique, tellement qu'elle est parfois appelée loi normale. La distribution de Gauss d'une variable aléatoire x, de moyenne μ et d'écart-type σ est définie par :

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]} \tag{4.18}$$

Cette distribution est complètement définie avec 2 paramètres : μ la moyenne, et σ l'écart-type. Le facteur $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$ assure la condition de normalisation. Un exercice intéressant est de redémontrer que l'intégrale de $f(x)$ sur tout l'espace vaut bien 1, que la moyenne vaut bien μ et que la variance vaut bien σ^2.

4.2.2 Propriétés

L'écart-type σ caractérise la largeur de la distribution gaussienne. Une autre grandeur est souvent utilisée : *la largeur totale à mi-hauteur* (ou Full-Width at Half Maximum FWHM en anglais). Les deux sont reliés par :

$$\boxed{FWHM = 2\sigma\sqrt{2\ln 2} \simeq 2.35\sigma} \tag{4.19}$$

Une erreur fréquente est de confondre FWHM et σ (cf figure 4.1).

Cette distribution étant symétrique, la valeur moyenne μ est ici la plus probable (maximum). Dans le cas d'une mesure expérimentale d'une grandeur x, on peut dire que le résultat (grandeur et son incertitude) est :

$$x_{experience} = \bar{x} \pm \Delta x \equiv \mu \pm \sigma \tag{4.20}$$

Cette écriture courante fait implicitement deux hypothèses fortes, qu'il conviendra de vérifier dans la réalité :

- la distribution est gaussienne
- on prend μ pour la valeur mesurée, et σ pour l'incertitude.

La relation 4.20 ne signifie pas que la valeur "réelle" de x se trouve bornée entre $\mu-\sigma$ et $\mu+\sigma$. Elle s'interprète en terme de probabilités (eq. 4.5). Pour la distribution gaussienne [Protassov, 2002; Taylor, 1982] :

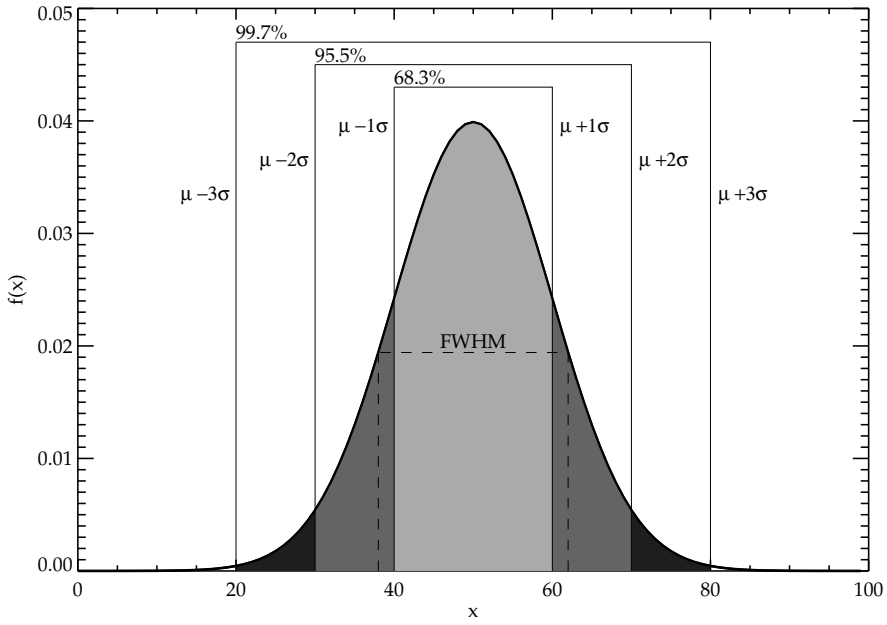


FIG. 4.1 – **Distribution gaussienne.** Exemple avec $\mu = 50$ et $\sigma = 10$. La zone en tiret indique la largeur à mi-hauteur (FWHM), qui vaut environ 2.35σ soit ici 23.5. La zone claire indique la région $[\mu-\sigma, \mu+\sigma]$, qui représente 68.3% de probabilité. Noter la différence entre la région $\pm\sigma$ et la FWHM. La zone plus grisée indique l'extension de la région $[\mu-2\sigma, \mu+2\sigma]$, qui représente 95.5% de probabilité. Enfin, la zone sombre indique l'extension de la région $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$, qui représente 99.7% de probabilité.

– la probabilité de trouver le résultat μ dans l'intervalle $[\mu-\sigma, \mu+\sigma]$ est $P_{[\mu-\sigma,\mu+\sigma]} = \int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} f(x)dx$:

$$P_{[\mu-\sigma,\mu+\sigma]} \simeq 68.3\% \tag{4.21}$$

– la probabilité de trouver le résultat μ dans l'intervalle $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ est :

$$P_{[\mu-2\sigma,\mu+2\sigma]} \simeq 95.5\% \tag{4.22}$$

– la probabilité de trouver le résultat μ dans l'intervalle $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ est :

$$P_{[\mu-3\sigma,\mu+3\sigma]} \simeq 99.7\% \tag{4.23}$$

Ces différentes probabilités sont illustrées sur la figure 4.1. La Table 4.1 résume ces chiffres.

4.3 Autres distributions

D'autres distributions existent, parmi lesquelles les distributions binomiale et de Poisson que nous discutons un peu. Nous n'en discuterons pas d'autres, comme celle de Lorentz, Student, χ^2, ou gamma (voir Protassov [2002] ou Taylor [1982] si nécessaire).

4.3.1 Distribution binomiale

Cette distribution concerne des grandeurs discrètes qui ne peuvent prendre que deux valeurs, par exemple a et b. Soit p la probabilité de réalisation de a, et $q = 1 - p$ celle de b. Effectuons N réalisations. La probabilité $P_N(n)$ de trouver n fois a est la distribution binomiale :

$$P_N(n) = C_N^n p^n (1-p)^{N-n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n} \tag{4.24}$$

TAB. 4.1 – Probabilité dans le cas gaussien dans l'intervalle $[\mu - t\sigma, \mu + t\sigma]$ en fonction de t [Taylor, 1982].

intervalle $[\mu - t\sigma, \mu + t\sigma]$ t	probabilité %	1-probabilité %
1.0	**68.27**	**31.73**
1.5	86.64	13.36
2.0	**95.45**	**4.55**
2.5	98.76	1.24
3.0	**99.73**	**0.27**
4.0	**99.994**	**0.006**
5.0	**99.99994**	**0.00006**

La moyenne de cette distribution est $\bar{n} = Np$ et son écart-type est $\sigma = \sqrt{Np(1-p)}$. On remarque donc que $\bar{n} \propto N$ et que $\sigma \propto \sqrt{N}$. Ainsi, l'incertitude relative $\sigma/\bar{n}$ se comporte comme $1/\sqrt{N}$: l'incertitude relative décroit comme la racine du nombre de mesures. Ce résultat est en fait généralisable à tout type de distribution satisfaisant les hypothèses du théorème central limite (cf section 4.4).

4.3.2 Distribution de Poisson

La probabilité $P_\mu(n)$ que la réalisation A se produise n fois au cours des très nombreuses mesures est la loi de Poisson :

$$P_\mu(n) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu} \tag{4.25}$$

C'est la loi limite de la loi binomiale quand $\mu = Np =$ constante, i.e. quand p tend vers zéro, ce qui signifie que la probabilité individuelle p est faible : c'est le cas limite des événements rares. Exemple : probabilité de trouver une source très brillante dans le ciel dans un rayon angulaire donné, ou statistique d'arrivée de photons rares de haute énergie, en γ ou X.

La variance σ_n^2 de la loi de Poisson est :

$$\sigma_n^2 = \mu \tag{4.26}$$

4.4 Théorème central limite

L'essence du théorème central limite (appliqué à la physique) est que si l'on mesure un très grand nombre de fois une grandeur physique issue de processus physiques indépendants (considérés comme variables aléaltoires indépendantes), alors sa distribution tendra vers une distribution de Gauss. Ce théorème illustre la place centrale de la distribution de Gauss.

Une formulation physique du théorème est [Protassov, 2002] :

Si une grandeur physique subit l'influence d'un nombre important de facteurs inépendants et si l'influence de chaque facteur pris séparément est petite, alors la distribution de cette grandeur est une distribution de Gauss.

La formulation exacte du théorème est [Protassov, 2002] :

Soit x une variable aléatoire avec une moyenne μ et une variance σ^2. Si σ^2 est fini, alors la distribution de la valeur moyenne obtenue sur un grand nombre n de mesures ($n \to \infty$) tend vers une distribution de Gauss avec une moyenne μ et une variance σ^2/n.

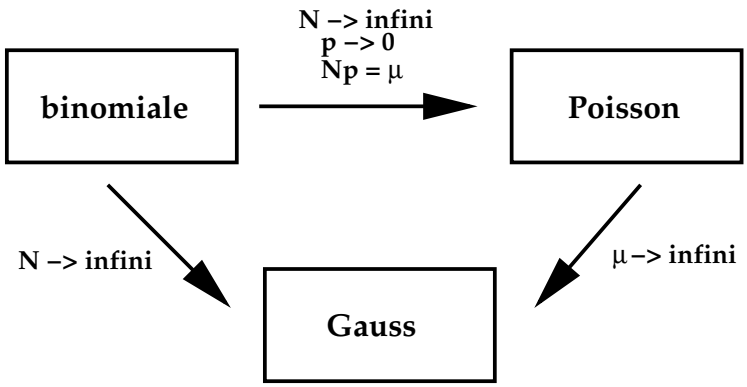


FIG. 4.2 – **Les relations entre les distributions binomiale, de Poisson et de Gauss.** Adapté de la figure 1.12 de Protassov [2002].

La figure 4.2 illustre le passage à la distribution de Gauss à partir des distribution binomiale et de Poisson, dans les cas limites [Protassov, 2002].

4.5 Estimateur de la moyenne

La plupart du temps, l'information provient d'une série finie $\{x_i\}_{i=1,..,n}$ de n mesures (avec toutes les mêmes incertitudes, sinon voir la section 4.6 traitant de la moyenne pondérée), et il n'est pas forcément simple de remonter à la moyenne théorique μ ainsi qu'à l'écart-type théorique σ de la variable aléatoire x. Nous avons donc besoin d'estimateurs qui caractérisent la fonction de distribution. Le théorème central limite facilite cette transition.

• On appelle *moyenne expérimentale*, notée m, la moyenne arithmétique des mesures :

$$m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{4.27}$$

On peut montrer que $\bar{m} = \mu$, donc m est un estimateur non biaisé de la moyenne théorique. Le théorème central limite implique que la distribution de m tend vers une distribution de Gauss quand $n \to \infty$, et que sa variance σ_m^2 tend vers σ^2/n.

• On appelle *variance expérimentale*, notée s^2 :

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - m)^2 \tag{4.28}$$

Le facteur $1/(n-1)$ assure que $\bar{s^2} = \sigma^2$, donc que s est un estimateur non biaisé de la variance théorique σ. De manière plus intuitive, ce facteur exprime qu'il faut au moins deux mesures pour estimer l'écart à la moyenne.

• Enfin, on appelle *variance sur la moyenne*, ou *écart quadratique moyen*, noté s_m^2, la variance sur m :

$$s_m^2 = \frac{s^2}{n} = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - m)^2 \tag{4.29}$$

• Conclusion importante : un résultat expérimental sera donc exprimé en terme de moyenne (eq. 4.27) dont l'incertitude est l'écart quadratique moyen (eq. 4.29).

L'écart-type de n mesures doit *toujours* se comporter comme $1/\sqrt{n}$, dans le cas gaussien ; il convient de le vérifier.

4.6 Dans le monde réel : la moyenne pondérée

En réalité, les données proviennent souvent d'une série finie $\{x_i\}_{i=1,..,n}$ de n mesures, avec chacune une incertitude $\{\sigma_i\}_{i=1,..,n}$.

Le meilleur estimateur de la moyenne m sera [Taylor, 1982] :

$$\boxed{m = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i/\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^{n} 1/\sigma_i^2}} \tag{4.30}$$

La variance s_m^2 de la moyenne sera :

$$\boxed{s_m^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} 1/\sigma_i^2}} \tag{4.31}$$

Dans le cas courant où n est suffisamment grand pour que les distributions se rapprochent d'une gaussienne, le résultat final peut ainsi s'écrire (eq. 4.30 et 4.31) :

$$x_{exp} = m \pm s_m \tag{4.32}$$

• Dans le cas non gaussien (par exemple le rapport de deux gaussiennes) ou non symétrique (par exemple la tangente d'une variable aléatoire gaussienne), on exprime souvent le résultat expérimental :

$$x_{exp} = m^{+e2}_{-e1} \tag{4.33}$$

où m est un estimateur du maximum de la fonction de distribution (moyenne, médiane ou mode par exemple), et où $e1$ et $e2$ représentent un intervalle de confiance à préciser (par exemple 68.3%). Ce point important sera discuté dans la section suivante.

Dans la vraie vie, les résultats peuvent s'exprimer de la sorte (en utilisant les notations de l'équation 4.33 :

$$x_{exp} = m^{+e2\,+syst2}_{-e1\,-syst1} \tag{4.34}$$

où $syst1$ et $syst2$ sont des incertitudes systématiques provenant de la méthode de mesure (par exemple étalonnage, ou soustraction d'une composante du signal), alors que $e1$ et $e2$ proviennent des fluctuations statistiques d'arrivée de l'information.

4.7 Un dernier mot : ergodisme

Pour mesurer une grandeur physique, on peut effectuer n mesures indépendantes simultanées, ou par exemple n'effectuer ces mesures pendant n secondes qu'avec un seul appareil. Si le système est ergodique, ces deux mesures seront équivalentes pour peu que n soit sufisamment grand. Il est souvent plus simple d'accéder à une moyenne temporelle qu'à une moyenne d'ensemble.

Par exemple, un sondage d'opinion est obtenu par une moyenne d'ensemble (n mesures essentiellement simultanées), alors qu'une mesure photométrique d'un astre est souvent une moyenne temporelle (un seul système mesure la grandeur pendant longtemps, afin d'avoir n mesures).

Un processus est dit *ergodique* s'il y a équivalence entre des résultats obtenus par moyenne d'ensemble et par moyenne temporelle. Plus précisément, un processus est ergodique si, abandonné à lui-même, il expore complètement l'espace des phases ; autrement dit : s'il explore l'ensemble des valeurs possibles.

On supposera quasiment toujours que les processus astrophysiques sont ergodiques.

Chapitre 5

Outils mathématiques de caractérisation des signaux

Contents

5.1 Outils élémentaires . . . 43
5.2 Transformée de Fourier . . . 45
5.2.1 Définition . . . 45
5.2.2 Espace direct et espace de Fourier . . . 46
5.2.3 Signification de la transformée de Fourier . . . 46
5.2.4 Quelques propriétés . . . 46
5.2.5 Amplitude et phase . . . 47
5.2.6 En pratique . . . 47
5.3 Energie des signaux . . . 48
5.3.1 Puissance et énergie . . . 48
5.3.2 Densité spectrale d'énergie . . . 48
5.3.3 Spectre de puissance . . . 48
5.3.4 Bruit blanc . . . 48
5.3.5 Egalité de Parseval : énergies . . . 49
5.4 Fonction de corrélation . . . 49
5.4.1 Fonction d'autocorrélation . . . 49
5.4.2 Signification . . . 49
5.4.3 Relation de Wiener-Khintchine . . . 49
5.4.4 Fonction de corrélation . . . 49
5.5 Convolution . . . 50
5.5.1 Définition . . . 50
5.5.2 Signification . . . 50
5.5.3 Quelques propriétés . . . 50
5.6 Réponse impulsionnelle . . . 50

Cette section présente les principaux outils mathématiques utilisés en astrophysique, dans un but d'utilisation en traitement du signal. On se place donc dans le cas où le signal étudié est physique, et les définitions et conditions indiquées sont donc souvent suffisantes.

5.1 Outils élémentaires

Soit un échantillon de n éléments. Une bonne caractérisation de cet échantillon peut être obtenue très facilement avec ces outils. Utilisez-les sans modération ! Ces outils sont redondants quand la distribution est gaussienne ou symétrique. Vous verrez que la réalité est plus subtile et rend souvent l'utilisation de ces outils nécessaire (exemples en figures 5.1 et 5.2).

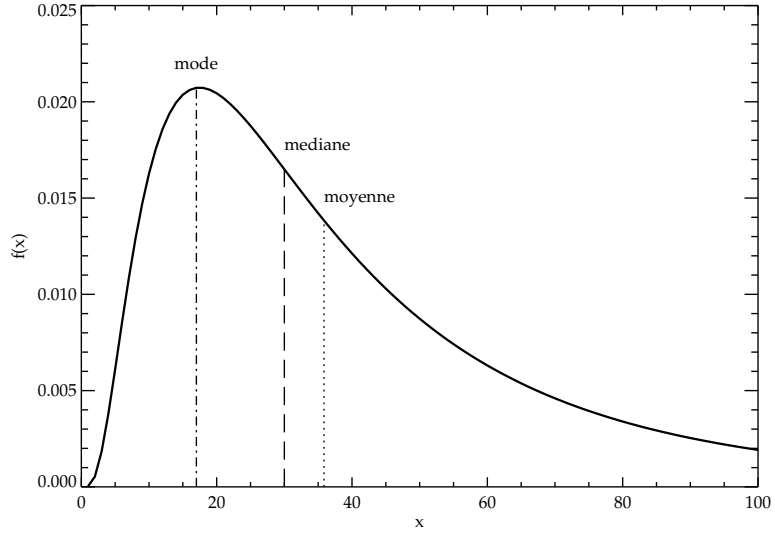


FIG. 5.1 – **Exemple de distribution asymétrique (ici log-normale).** La moyenne (point), médiane (trait) et le mode de la distribution (point-trait) sont représentés. La moyenne est affectée par la queue de distribution de valeurs élevées ; la médiane s'avère un meilleur estimateur que la moyenne. Le mode donne directement la valeur la plus probable. Le minimum et le maximum de cette distribution divergent.

- **moyenne**
  Déja définie, cf relation 4.30. Elle est cependant très sensible aux valeurs extrêmes, i.e. aux rares valeurs non représentatives du signal ou du bruit que l'on cherche à caractériser.
- **médiane**
  Valeur qui coupe la distribution en deux parties égales. Il y a ainsi autant d'éléments qui ont une valeur supérieure à la médiane que d'éléments qui ont une valeur inférieure. La médiane est non-linéaire. La médiane est quasiment insensible aux valeurs extrêmes.
- **variance**
  Déja définie (relation 4.31), c'est un estimateur de la largeur de la distribution.
- **minimum et maximum**
  Valeur minimale et maximale des données. La connaissance de ces deux quantités permet de trouver la dynamique du signal, i.e. son étendue.
- **mode**
  Valeur la plus fréquente, i.e. le maximum de l'histogramme de la distribution des valeurs. Noter la différence entre mode et maximum : le mode concerne l'histogramme de la distribution (comme dans la figure 5.1), alors que le maximum concerne la distribution elle-même (comme dans la figure 5.2).

Au début de l'analyse d'un signal que l'on cherche à caractériser, il est souvent très utile d'estimer sa moyenne, variance, médiane, minimum et maximum. Ces informations permettent immédiatement de diagnostiquer une distribution symérique ou non, large ou non, tout en donnant la dynamique.

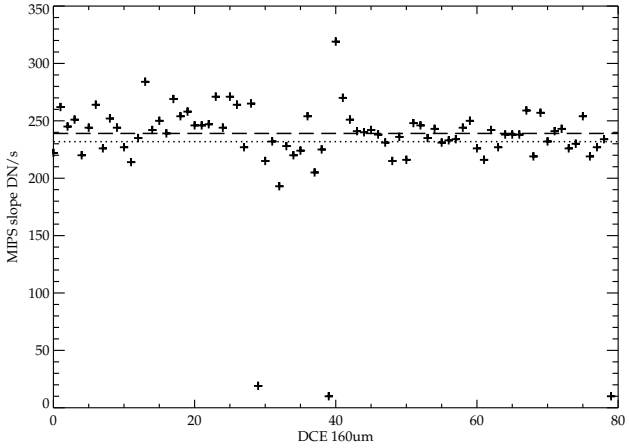


FIG. 5.2 – **Extrait d'une série temporelle d'un pixel du photomètre MIPS à 160 μm à bord du satellite Spitzer**, lors de la première observation cosmologique du champ de Lockman à 160 μm en novembre 2003. Les abscisses représentent le temps (un Data Collection Event, DCE, dure environ 1/8 seconde), les ordonnées le signal à 160 μm (en DN/s, soit Data Number par seconde, multiplié par un facteur pour faciliter la lisibilité du graphe). Cet extrait montre 10s de signal, alors que MIPS voit un champ fixe dans le ciel, d'émission constante. Le signal est un peu bruité. La moyenne (point) et la médiane (trait) sont représentées. On observe que la moyenne est affectée par les deux points déviants proches de zéro. Pour information, les caractéristiques du signal tracé sont : 80 points ; moyenne=231,8 ; médiane=239,0 ; min=10 ; max=319 ; σ=47,3.

5.2 Transformée de Fourier

5.2.1 Définition

Supposons un signal unidimensionnel $f(x)$ de carré sommable, i.e.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx = 1 \tag{5.1}$$

La *transformée de Fourier* $F(k)$ de $f(x)$ est définie (par exemple) par :

$$\boxed{F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2i\pi kx} dx} \tag{5.2}$$

Cette définition n'est pas unique ! Il existe parfois des facteurs de normalisation différents selon les auteurs (et les logiciels : attention), qui peuvent être 1 ou $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$, ou encore $\frac{1}{2\pi}$. Le facteur 2π dans l'exponentielle peut aussi parfois être absent. C'est juste une question de convention, mais il est raisonnable de bien l'expliciter.

La relation inverse existe, et forme la *transformée de Fourier inverse* :

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{-2i\pi kx} dk \tag{5.3}$$

Noter qu'il est courant d'abrévier le terme "transformée de Fourier" simplement par "TF".

• A n dimensions

La définition se généralise à n dimensions. Un signal $f(\overrightarrow{r})$ de carré sommable se transforme en $F(\overrightarrow{k})$, avec $\overrightarrow{r}$, $\overrightarrow{k} \in R^n$:

$$F(\overrightarrow{k}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\overrightarrow{r}) e^{-2i\pi \overrightarrow{k}.\overrightarrow{r}} d\overrightarrow{r} \tag{5.4}$$

Par exemple, on a pour $n = 2$:

$$F(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-2i\pi(k_x x + k_y y)} dx dy \tag{5.5}$$

5.2.2 Espace direct et espace de Fourier

Les variables x et k utilisées dans les définitions 5.2 et suivantes sont appelées *variables conjuguées*. La dimension de x est nécéssairement l'inverse de celle de k.

Exemples de variables conjuguées en physique : x est une position dans l'espace, k est un nombre d'onde ; x est un temps, k est une fréquence.

5.2.3 Signification de la transformée de Fourier

La transformée de Fourier n'est finalement qu'un changement de base[1] : le signal réel $f(x)$ est projeté sur la base des fonctions d'onde planes. Cela revient, un peu comme les séries de Fourier, à décomposer notre signal $f(x)$ sur des fonctions périodiques (sinusoidales). La TF permet donc de décomposer le signal en fréquences, le terme "fréquence" ayant ici le sens large de variable conjuguée. La TF est donc un moyen de représenter différemment le même signal.

L'intérêt de la TF est de permettre une *analyse spectrale* du signal, i.e. d'accéder à son contenu en fréquence (au sens large).

Si on analyse un signal temporel, la TF le décompose en fréquences (en Hz). Si on analyse un signal spatial comme une image (en pixels), la TF donne les nombre d'ondes, ou encore les échelles spatiales (en pixels^{-1}). Si on analyse une distribution de matière à 3 dimensions (en Mpc^3), la TF donne les échelles spatiales (en Mpc^{-3}).

Si on voulait absolument donner un exemple simpliste, on pourrait avancer qu'un accord musical, par exemple joué quelques secondes sur un orgue (le signal temporel) a pour TF la partition dudit accord (qui donne les fréquences, mais pas les amplitudes ni les harmoniques).

Le passage dans l'espace de Fourier permet donc de mesurer les fréquences caractéristiques du signal étudié. On sera amené à faire des passages fréquents de l'espace direct à l'espace de Fourier, et vice-versa, notamment pour filtrer certains signaux, ou pour effectuer un produit de convolution (souvent plus rapide en temps CPU que la convolution directe).

Pourquoi utiliser la TF et pas une autre transformation ? Autrement dit, pourquoi utiliser la base des ondes planes (ou sinusoidales) et pas une autre ? Max & Lacoume [1996] explique que les fonctions de cette base sont des fonctions propres des filtres linéaires, autrement dit elles ne sont pas déformées par le produit de convolution.

5.2.4 Quelques propriétés

• La TF est linéaire.

• Similitude. Si a est un réel non-nul, et si $F(k)$ est la TF de $f(x)$ alors la TF de $f(ax)$ s'écrit :

$$TF\left(f(ax)\right) = \frac{1}{|a|} F\left(\frac{k}{a}\right) \tag{5.6}$$

• Translation. La TF de la fonction $f(x - a)$ est la rotation d'angle a de TF de f :

$$TF\left(f(x - a)\right) = e^{-2\pi i a k} F(k) \tag{5.7}$$

• La TF de la dérivée de la fonction est simplement un produit de sa TF :

$$TF\left(\frac{df(x)}{dx}\right) = 2\pi i k F(k) \tag{5.8}$$

[1] Il s'agit en réalité d'un changement d'espace, dit *dual* ; en effet cette transformation n'est pas un changement de base comme une simple rotation par exemple.

• La TF de la dérivée d'ordre n de la fonction est simplement un produit de sa TF :

$$TF\left(\frac{d^n f(x)}{dx^n}\right) = (2\pi ik)^n F(k) \tag{5.9}$$

• Un produit de convolution de deux fonctions f et g dans l'espace direct a pour TF simplement le produit de leurs TF $F(k)G(k)$ (voir plus loin)
• La TF d'une gaussienne est une gaussienne, de largeur inverse (cf. 5.6)
• La TF d'une distribution de Dirac $\delta(x)$ est la fonction constante $f(k) = 1$ (cas limite de 5.6)
• La TF d'une fonction porte est un sinus cardinal
• Voir Max & Lacoume [1996] ou l'appendice A de Léna et al. [1998] pour plus de propriétés.

5.2.5 Amplitude et phase

Un signal réel $f(x)$ est complètement déterminé avec la connaissance de sa TF $F(k)$, complexe (er réciproquement). Les relations ci-après permettent de passer de la partie réelle et imaginaire à l'amplitude et la phase, et réciproquement.

• Parties réelle et imaginaire → amplitude et phase
On peut extraire de $F(k)$, le spectre en amplitude $|F(k)|$:

$$|F(k)| = \sqrt{Re(F(k))^2 + Im(F(k))^2} \tag{5.10}$$

ainsi que le spectre de phase $\phi_F(k)$ (avec $-\pi/2 \leq \phi_F(k) \leq \pi/2$) :

$$|\phi_F(k)| = \tan^{-1}\left(\frac{Im(F(k))}{Re(F(k))}\right) \tag{5.11}$$

L'ambiguité sur la phase est levée avec :

$$\phi_F(k) = \frac{\pi}{2}\frac{Im(F(k))}{|Im(F(k))|}\left(1 - \frac{Re(F(k))}{|Re(F(k))|}\right)\tan^{-1}\left(\frac{Im(F(k))}{Re(F(k))}\right) \tag{5.12}$$

• Amplitude et phase → parties réelle et imaginaire
De même, le spectre en amplitude et en phase permettent de remonter aux parties réelles et imaginaires :

$$Re(F(k)) = \frac{|F(k)|}{\sqrt{1+\tan^2(\phi_F(k))}}\frac{\pi/2 - |\phi_F(k)|}{|\pi/2 - |\phi_F(k)||} \tag{5.13}$$

$$Im(F(k)) = Re(F(k))\tan\phi_F(k) \tag{5.14}$$

5.2.6 En pratique

Nous utiliserons toujours la transformée de Fourier discrète (TFD) sur des signaux échantillonnés.

Tous les logiciels de calcul et les langages de programmation (soit directement, soit avec l'ajout de bibliothèques de calcul dédiées) permettent de calculer la TF ainsi que la TF inverse. L'un des algorithmes les plus répandus pour calculer la TF discrète (TFD) est la transformée de Fourier rapide (ou FFT, Fast Fourier Transform).

Dans IDL par exemple, il suffit d'invoquer la fonction "FFT".

Recemment, un nouvel algorithme encore plus rapide a été développé : il s'agit de FFTW, signifiant "Fastest Fourier Transform in the West" [Frigo & Johnson, 2005]. Son utilisation n'est justifiée que dans le cas de calculs lourds, par exemple l'extraction d'un spectre de puissance sur toute la sphère à grande résolution. Pour les applications d'imagerie ou de spectroscopie, la FFT simple suffira.

5.3 Energie des signaux

5.3.1 Puissance et énergie

• **Puissance instantanée**

La *puissance instantanée* $p(x)$ d'un signal $f(x)$ est définie par :

$$p(x) = f(x)f^*(x) = |f(x)|^2 \tag{5.15}$$

où $f^*(x)$ est le complexe conjugué de $f(x)$.

• **Puissance moyenne**

La *puissance moyenne sur un intervalle de largeur X* est :

$$P(x, X) = \frac{1}{X} \int_{-X/2}^{+X/2} f(x)f^*(x)dx \tag{5.16}$$

La *puissance moyenne* est est :

$$P_x = \lim_{X\to\infty} \frac{1}{X} \int_{-X/2}^{+X/2} f(x)f^*(x)dx \tag{5.17}$$

• **Energie d'un signal**

L'*énergie* E_x d'un signal est l'intégrale de sa puissance instantanée :

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx \tag{5.18}$$

5.3.2 Densité spectrale d'énergie

La *densité spectrale d'énergie* (DSE) $E_f(k)$ est la norme de la TF au carré :

$$\boxed{E_f(k) = |F(k)|^2} \tag{5.19}$$

Sa dimension est une énergie par bande de fréquence, et non pas une énergie, d'où son nom.

5.3.3 Spectre de puissance

Le spectre de puissance d'un signal est le module au carré de sa TF. Il s'agit en fait de la DSE (5.19). Il s'agit d'un abus de langage puisque l'on calcule bien une énergie et non une puissance.

Le spectre de puissance permet de quantifier l'énergie présente dans un signal en fonction de la fréquence. Nous reviendrons sur des exemples astrophysiques en section 13.

5.3.4 Bruit blanc

Un signal dont le spectre de puissance est constant, i.e. qui contient autant d'énergie à toutes les fréquences (autrement dit qui n'a pas de fréquence caractéristique) est dit un *bruit blanc*. Il est détaillé en section 6.4.

5.3.5 Egalité de Parseval : énergies

L'énergie du signal est la même dans l'espace réel et dans l'espace de Fourier. On a donc l'égalité importante de Parseval : $E_x = E_k$:

$$\boxed{\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} |F(k)|^2 dk} \tag{5.20}$$

Cette relation permet par exemple de vérifier immédiatement la normalisation de la TF, évitant ainsi tout problème de convention du logiciel utilisé.

5.4 Fonction de corrélation

5.4.1 Fonction d'autocorrélation

La fonction d'autocorrélation $C_{ff}(\tau)$, homogène à une énergie, est définie sur un intervalle X par :

$$C_{ff}(\tau) = \frac{1}{X} \int_{-X/2}^{+X/2} f(x) f^*(x-\tau) dx \tag{5.21}$$

Il est possible de prendre la limite de cette expression pour $X \to \infty$ de telle sorte qu'une définition alternative est :

$$\boxed{C_{ff}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) f^*(x-\tau) dx} \tag{5.22}$$

5.4.2 Signification

La fonction d'autocorrélation est une comparaison entre un signal et ses nouvelles valeurs retardées ou décalées. Elle est un indicateur de la déformation du signal en fonction de l'échelle τ (spatiale ou temporelle ou autre, mais qui a la même dimension que x).

Pour un retard (ou décalage) nul $\tau = 0$, on retrouve bien l'énergie du signal 5.18 :

$$C_{ff}(0) = E_x \tag{5.23}$$

5.4.3 Relation de Wiener-Khintchine

Cette relation relie la DSE à la TF de la fonction d'autocorrélation $C_{ff}(\tau)$:

$$E_f(k) = TF(C_{ff}(\tau)) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{ff}(\tau) e^{-2i\pi k\tau} d\tau \tag{5.24}$$

Inversement, on a :

$$C_{ff}(\tau) = TF^{-1}(E_f(k)) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_f(k) e^{2i\pi k\tau} dk \tag{5.25}$$

5.4.4 Fonction de corrélation

On peut être amené à comparer deux signaux différents $f(x)$ et $g(x)$, en particulier quand on veut estimer dans quelle mesure ils se ressemblent. On construit alors la fonction de corrélation des deux signaux $C_{fg}(\tau)$ à l'échelle τ, dont la définition se déduit de 5.22 :

$$C_{fg}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) g^*(x-\tau) dx \tag{5.26}$$

On parle parfois de corrélation croisée (*cross-correlation* en anglais).

5.5 Convolution

5.5.1 Définition

Le produit de convolution de deux fonctions $f(x)$ et $g(x)$, noté $f(x) * g(x)$ est défini par :

$$(f * g)(x) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)g(x-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x-\tau)d\tau \tag{5.27}$$

Noter que l'intégration se fait maintenant sur τ, contrairement à la corrélation où le résultat, dépendant de τ, faisait intervenir une intégration sur x.

5.5.2 Signification

Si $f(x)$ est un signal et que $g(x)$ est une fonction filtrante (par exemple une gaussienne, une fonction d'Airy, ou un chapeau mexicain) ayant des valeurs non-nulles sur un petit domaine, la convolution $f(x) * g(x)$ va avoir pour effet, en chaque point x, de faire le produit fg. Ainsi, le produit de convolution a un effet "glissant" en appliquant le filtre g à tout le signal f.

5.5.3 Quelques propriétés

• Le produit de convolution est commutatif

• **Théorème de Plancherel**
La TF d'un produit de convolution de deux fonctions est le produit simple de leur TF :

$$TF(f(x) * g(x)) = F(k)G(k) \tag{5.28}$$

Inversement :

$$f(x) * g(x) = TF^{-1}(F(k)G(k)) \tag{5.29}$$

Une application pratique importante : le produit de convolution dans l'espace direct étant très gourmand en ressources de calcul, la plupart des programmes de convolution calcule d'abord les TF, effectuent le produit simple, et font la TF inverse pour obtenir le résultat.

5.6 Réponse impulsionnelle

L'un des problèmes du traitement du signal peut s'écrire : comment relier le signal de sortie $obs(x)$ (avec un bruit n) observé par le système H au signal recherché d'entrée $astre(x)$? Cela peut être formalisé (dans les cas simples) ainsi :

$$obs(x) = Hastre(x) + n \tag{5.30}$$

Si le signal d'entrée est une impulsion $\delta(x)$, on obtient alors la réponse impulsionnelle $h(x)$ du système :

$$h(x) = H\delta(x) + n \tag{5.31}$$

La *réponse impulsionnelle* d'un système est donc sa réponse quand il est soumis à une impulsion comme signal d'entrée. Exemple : image à travers un télescope (système) d'une étoile ponctuelle (impulsion dans le domaine spatial). Signal d'un photomètre rapide (système) à un rayon cosmique (impulsion temporelle).

Pourquoi cette quantité est-elle importante ? Parce qu'elle est mesurable (en général assez facilement), et que sa connaissance permet de remonter au signal d'entrée recherché (en négligeant le bruit) :

$$obs(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} astre(\tau)h(x-\tau)d\tau \tag{5.32}$$

En général, la mesure avec un système est donc la convolution du signal incident avec la réponse impulsionnelle de ce système. Autrement dit :

$$obs(x) = astre(x) * h(x) \tag{5.33}$$

Une des méthodes pour retrouver $astre(x)$ est la *déconvolution* puisqu'il suffit d'inverser l'équation 5.33. Malheureusement, cette opération est très délicate à cause du bruit qui la rend la plupart du temps inefficace.

Troisième partie

Détection du signal astrophysique

Chapitre 6

La mesure en astrophysique

Contents

6.1 Introduction : mesure, incertitude et erreur . . . 55
6.2 Echantillonnage et théorème d'échantillonnage . . . 56
6.3 Discrétisation . . . 58
6.4 Bruit : phénoménologie . . . 58
6.4.1 Bruit blanc . . . 58
6.4.2 Bruit en 1/f . . . 58
6.4.3 Bruit gaussien . . . 60
6.4.4 Bruit poissonien . . . 61
6.5 Bruit : origine physique . . . 62
6.5.1 Bruit de photon . . . 62
6.5.2 Bruit thermique . . . 62
6.5.3 Bruit de fond . . . 63
6.5.4 Bruit de discrétisation (ou quantification ou numérisation) . . . 63
6.5.5 Bruit de lecture . . . 63
6.5.6 Bruit de grenaille . . . 64
6.5.7 Bruit de confusion . . . 64
6.6 Rapport signal sur bruit S/B . . . 64
6.7 Détection à 3 ou 5 sigmas ? . . . 65
6.8 Niveau de confiance . . . 65
6.9 Puissance équivalente de bruit . . . 65
6.10 Réponse impulsionnelle . . . 66

6.1 Introduction : mesure, incertitude et erreur

La mesure est l'action qui permet d'évaluer une grandeur physique, et plus généralement une information.

Nous avons survolé en section 3 les nombreux effets affectant les photons incidents. Nous avons vu que l'incertitude finale est souvent la résultante d'incertitudes, indépendantes ou pas, de nature différente : aléatoire (on dit aussi stochastique) ou systématique, et dont l'origine est variée : elle peut provenir de l'instrumentation (mais aussi de l'échantillonnage), d'un processus intrinsèque à l'objet physique étudié, ou de la contamination astrophysique.

Nous avons également introduit la notion d'erreur, finalement peu utilisée car elle suppose connue la valeur recherchée : c'est la différence entre la valeur connue et la valeur mesurée. On ne parlera donc quasiment pas d'erreur ici.

6.2 Echantillonnage et théorème d'échantillonnage

Afin d'illustrer la notion d'échantillonnage, utilisons un signal unidimensionnel en fonction de la variable r. La généralisation à plusieurs dimensions et en fonction d'autres variables (espace, temps) est simple.

Pour reprendre Max & Lacoume [1996], l'échantillonnage du signal $x_C(r)$ est l'opération qui transforme ce signal à r continu en une suite discrète $x_D(r)$, en prélevant une suite de valeurs à des instants ou endroits r_n :

$$x_D(r) = x_C(r_n) \tag{6.1}$$

Les abscisses r_n seront souvent choisies de telle sorte que l'échantillonnage soit régulier de période T_E (mais il existe d'autres techniques que nous n'aborderons pas ici) :

$$r_n = nT_E \tag{6.2}$$

Réécrivons l'équation 6.1 en fonction de la distribution de Dirac δ :

$$x_D(r) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_C(r)\delta(r - nT_E) \tag{6.3}$$

Cette expression est en fait la convolution de x_C avec la fonction "peigne de Dirac" Ш_{T_E} (le symbole ressemble à un peigne, normal), une suite périodique de distributions de Dirac :

$$\text{Ш}_{T_E} \equiv \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(r - nT_E) \tag{6.4}$$

Le peigne de Dirac Ш_{T_E} a pour effet de "prélever" les valeurs du signal continu aux positions (ou instants) d'échantillonnage nT_E. La TF d'un peigne de Dirac est un peigne de Dirac de fréquence $1/T_E$:

$$TF(\text{Ш}_{T_E}(r)) = \frac{1}{T_E}\text{Ш}_{1/T_E}(k) \tag{6.5}$$

L'équation 6.3 se réecrit alors sous la forme d'un produit simple avec le peigne de Dirac :

$$x_D(r) = \text{Ш}_{T_E} \times x_C(r) \tag{6.6}$$

On peut donc écrire $X_D(k)$, la TF de $x_D(r)$, avec le fort opportun théorème de Plancherel (équation 5.29) reliant produit et convolution dans les espaces direct et de Fourier :

$$X_D(k) = \frac{1}{T_E}\text{Ш}_{1/T_E}(k) * X_C(k) = \frac{1}{T_E}\sum_{n=-\infty}^{\infty} X_C(k - \frac{n}{T_E}) \tag{6.7}$$

($*$ signifie produit de convolution)

Conclusion : la TF du signal échantillonné $x_D(r)$ est celle du signal continu $x_C(r)$, mais *périodisée*, i.e. répétée sur l'axe des fréquences avec une période $k_E = \frac{1}{T_E}$.

Ainsi, si la TF de $x_C(r)$ est nulle pour $|k| > k_E/2$, alors la répétition périodique de $X_C(k)$ ne déforme pas le motif fondamental de $X_C(k)$, puisque dans l'intervalle $|k| \leq k_E/2$ la TF périodisée est intouchée, et que pour $|k| > k_E/2$ elle est nulle : il n'y a donc pas de fuite de signal d'une période à une autre, et le motif fondamental reste intact. Dans ces conditions, on peut retrouver $X_C(k)$, donc $x_c(r)$, à partir de $X_D(k)$: c'est le *théorème d'échantillonnage* :

On peut recontruire le signal continu $x_c(r)$ à partir du signal échantillonné $x_D(r)$ de pas T_E si les deux conditions sont réunies :

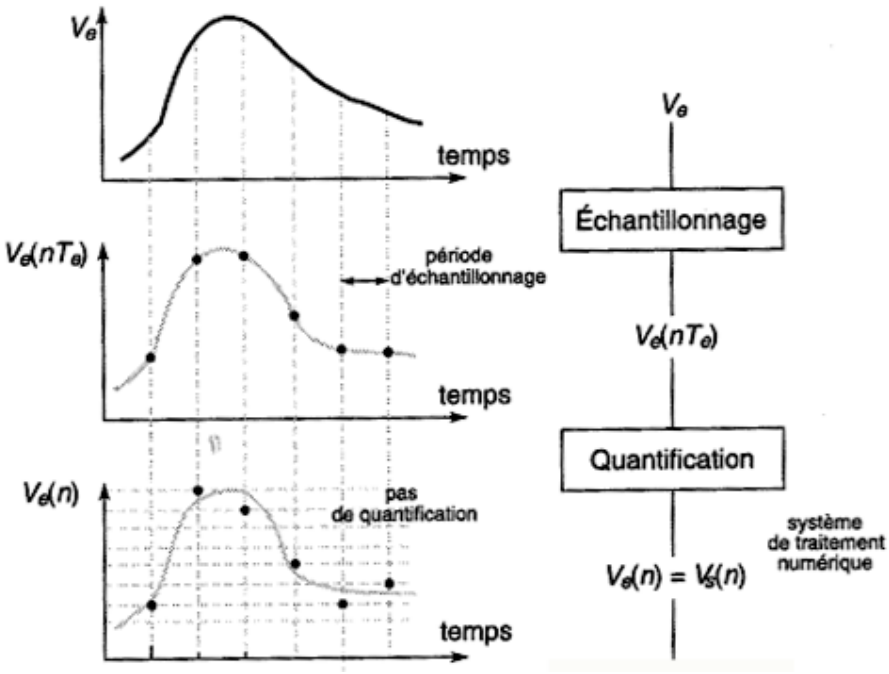


FIG. 6.1 – **Echantillonnage et discrétisation (ou quantification) d'un signal.** Figure 6.1 de Cottet [2000].

1. *le signal continu $x_c(r)$ est à bande passante limitée :*

$$X_C(k) = 0 \quad \text{pour} \quad |k| > k_m \tag{6.8}$$

2. *la période d'échantillonnage T_E vérifie :*

$$T_E < \frac{1}{2k_m} \tag{6.9}$$

Cette seconde condition est appelée *critère de Shannon*.

En général, un signal naturel et/ou astrophysique contient de l'énergie dans un très large domaine fréquenciel, et il est rare, sinon impossible, de trouver un signal satisfaisant naturellement le critère de Shannon, i.e. ayant une fréquence de coupure k_m. Une coupure intervient cependant naturellement : celle de la résolution limitée des instruments, spatialement ou temporellement. C'est donc la fréquence de coupure instrumentale k_{instr} qui permet d'avoir $X_C(k) = 0$ pour $k > |k_{instr}|$. Par exemple, la taille finie de l'ouverture d'un télescope engendre une limitation du pouvoir de résolution angulaire ; l'agitation atmospérique entraine un temps d'intégration minimum pour obtenir une image raisonnable, entrainant une limitation de la résolution temporelle.

Etant donnée cette coupure instrumentale en fréquence k_{instr}, le critère de Shannon (eq. 6.9) sur la période d'échantillonnage T_E s'exprime ainsi :

$$\boxed{T_E < \frac{1}{2k_{instr}} = \frac{r_{instr}}{2}} \tag{6.10}$$

On dit ainsi qu'un signal est :
- sur-échantillonné si $T_E < \frac{r_{instr}}{2}$: dans ce cas il y a des données redondantes.
- sous-échantillonnée si $T_E > \frac{r_{instr}}{2}$: dans ce cas il y a un risque de détecter de faux signaux (repliement ou aliasing, cf figure 6.2).

Le concept d'échantillonnage est résumé sur le haut de la figure 6.1. Un mauvais échantillonnage peut aboutir à la détection d'un signal erronné, illustré en figure 6.2.

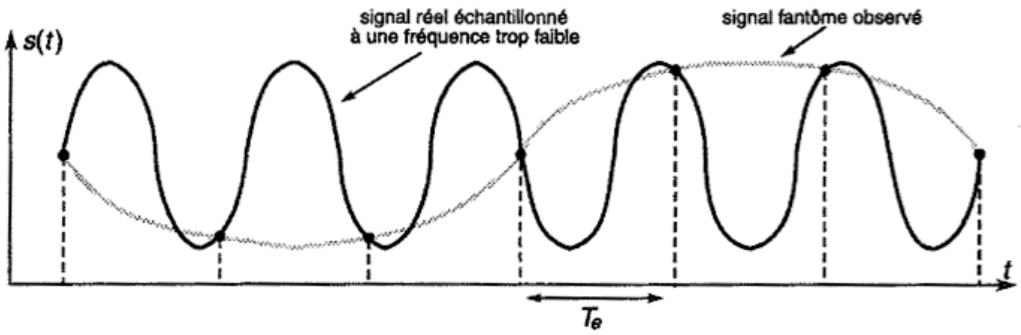


FIG. 6.2 – **Illustration de l'effet d'échantillonnage sur les fréquences détectées.** Un mauvais échantillonnage peut aboutir à une détection de fréquence inexistante. Figure 6.7 de Cottet [2000].

6.3 Discrétisation

Après la phase d'échantillonnage, il est nécessaire de coder le signal réel ainsi prélevé en un nombre fini de valeurs pour le traiter numériquement : c'est la discrétisation (ou quantification ou numérisation). Le concept de discrétisation est résumé en bas de la figure 6.1.

Cette opération est distincte de l'échantillonnage, et est effectuée par convertisseur analogique-numérique (CAN). La qualité de la discrétisation dépend du nombre de valeurs disponible pour la quantification : elle est caractérisée en bits, qui sont des puissance de 2 : un convertisseur n bits permet de coder 2^n valeurs. Ainsi, des convertisseurs 8, 10, 12, ou 16 bits donneront accès à respectivement $2^8 = 256$, 1024, 4096 et 65536 valeurs. On a donc intérêt a utiliser une électronique du système de quantification comportant la plus grande plage de valeurs possibles.

6.4 Bruit : phénoménologie

Examinons quelques cas importants de bruit : le bruit blanc et le bruit basse fréquence, dit en "1 sur f", qui sont caractérisés par leur spectre de puissance. Examinons également le bruit gaussien et poissonien. Nous verrons dans la section suivante l'origine physique des bruits.

6.4.1 Bruit blanc

Le bruit blanc est défini par un spectre de puissance constant. En pratique, le bruit blanc n'existe pas sur toutes les fréquences, sinon l'énergie du signal divergerait. On définit alors le *bruit blanc comme ayant un spectre de puissance constant, dans un certain domaine de fréquence*. La figure 6.3 donne un exemple de bruit blanc entre 30 mHz et 30 Hz.

• Le terme "blanc" signifie qu'aucune fréquence n'est privilégiée, utilisant l'analogie optique de la couleur. Cette propriété importante indique que ce bruit n'est pas structuré, i.e. qu'il n'y a pas de fréquence caractéristique.

• Le bruit blanc est présent lorsque le processus sous-jacent est gaussien ou poissonien, cf paragraphe 6.4.4.

6.4.2 Bruit en 1/f

Le bruit "en 1/f", parfois appelé bruit basse fréquence ou bruit de scintillation (ou *flicker noise* en anglais), est un bruit en partie mystérieux présent dans quasiment tous les phénomènes physiques.

• A haute fréquence : Le bruit en 1/f est défini comme ayant un spectre de puissance proportionnel à ... 1/f (on s'y attendait). On définit une fréquence de coude (*knee frequency* en anglais) au delà de laquelle cette décroissance s'arrête. Les figures 6.4 et 6.5 illustrent le bruit en $1/f$

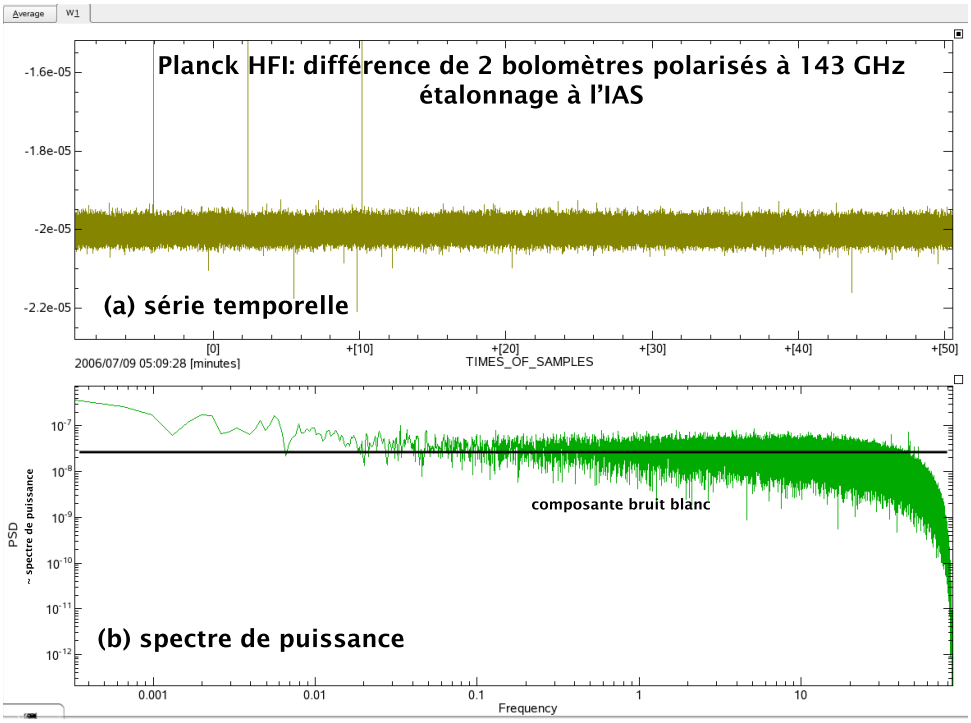


FIG. 6.3 – **Illustration du bruit blanc : série temporelle (a, en haut) et spectre de puissance (b, en bas) de la différence de signal de deux bolomètres polarisés de Planck HFI à 143 GHz.** La ligne horizontale sur le spectre de puissance représente le bruit blanc, typiquement entre 30 mHz et 30 Hz. La coupure à haute fréquence est due au filtrage. Etalonnage à l'IAS en 2006. F. Pajot et l'équipe d'étalonnage Planck HFI.

• A basse fréquence, que se passe t-il ? Si le spectre de puissance du bruit se comportait exactement en 1/f, il devrait diverger. En pratique ce n'est pas le cas pour au moins deux raisons. La première est qu'un signal dont le spectre de puissance diverge n'est pas un signal physique (sinon déposez un brevet : vous avez trouvé l'énergie infinie, bravo). La seconde est que si l'on arrive à mesurer des fréquences proches de zéro, c'est que l'on a une extension quasi-infinie du signal : possible mais pas mesurable. Ou sinon, paraphrasant Woody Allen, c'est long, surtout vers la fin. Ces deux raisons découlent du théorème de Parseval (eq. 5.20).
• Signification du bruit en 1/f. Ce bruit est la manifestation de phénomènes qui sont d'autant plus énergétiques qu'ils sont rares. En effet, s'ils sont rares, leur fréquence d'apparition est très petite.
• Energie d'un bruit en 1/f par bande de fréquence. L'énergie $E_{f_{min}}^{f_{max}}$ du bruit de spectre de puissance en 1/f entre les fréquences f_{min} et f_{max} est, d'après la définition (équations 5.18 et 5.19) :

$$E_{f_{min}}^{f_{max}} = \int_{f_{min}}^{f_{max}} DSE df = \int_{f_{min}}^{f_{max}} \frac{1}{f} df = \ln \frac{f_{max}}{f_{min}} \tag{6.11}$$

Si on intègre par bande de fréquence logarithmique, par exemple pour f de 0.1 à 1, puis de 1 à 10 etc..., on voit que le rapport $\ln \frac{f_{max}}{f_{min}}$ est constant. *Le bruit en 1/f est donc d'énergie constante par bande de fréquence logarithmique*. Une autre manière de le dire : il y a autant d'énergie par octave ou par décade.
• Pourquoi le bruit en 1/f existe t-il ? Ou plus précisément, pourquoi les bruits en $1/f^{\alpha}$ avec $\alpha > 1$ existent t-ils ? Bien qu'il soit difficile de répondre à cette question, avançons quelques pistes. Le bruit basse fréquence indique qu'à haute fréquence il y a moins de bruit, ce qui permet la détection du signal recherché. Ainsi, un signal détecté implique des propriétés de bruit raisonnables dans le domaine fréquenciel d'intéret : il est alors possible d'avoir du bruit basse fréquence résiduel qui n'entravera pas ou peu la détection. Le signal basse fréquence étant par nature difficile à supprimer, il parait naturel de le voir se manifester.

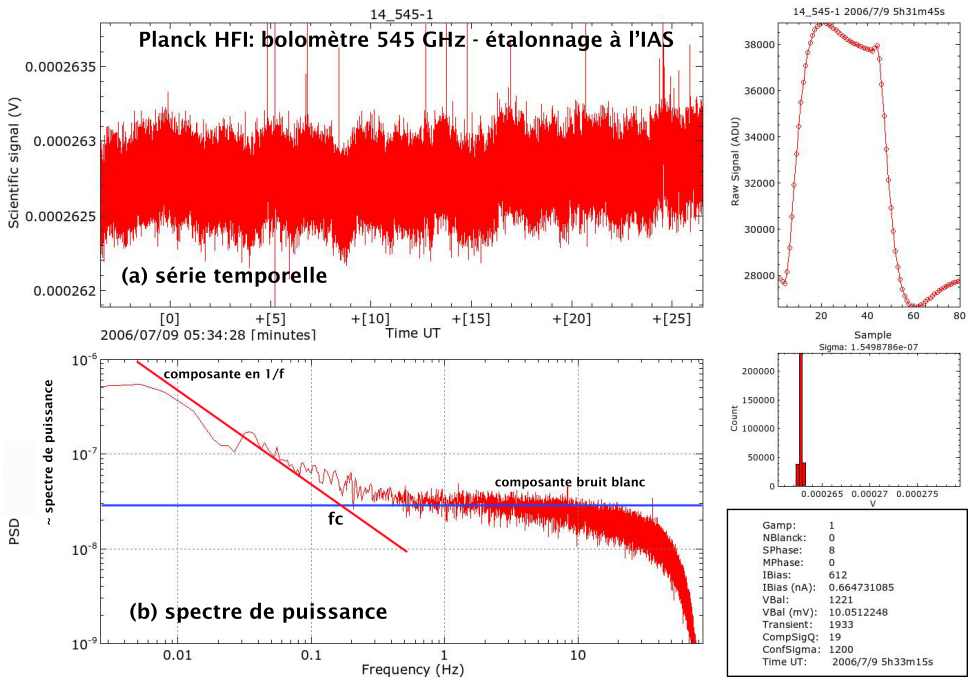


FIG. 6.4 – **Illustration du bruit en 1/f : série temporelle (a, en haut) et spectre de puissance (b, en bas) du signal d'un bolomètre de Planck HFI à 543 GHz.** La ligne horizontale sur le spectre de puissance représente le bruit blanc ; la ligne oblique représente le bruit un 1/f. La fréquence du coude f_c caractérise la fréquence en dessous de laquelle le bruit en 1/f commence à dominer, ici vers 0.2 Hz. La coupure à haute fréquence est due au filtrage. Noter que cet exemple provient d'un bolomètre ne fonctionnant pas nominalement. Les autres bolomètres se comportent bien mieux ($f_c < 0.1$ Hz), et la régulation (absente ici) élimine purement et simplement la dérive en 1/f. Etalonnage à l'IAS en 2006. F. Pajot et l'équipe d'étalonnage Planck HFI.

• Origines du bruit en 1/f dans un instrument. L'origine souvent invoquée est la présence de dérives dues à l'électronique, en particulier en conjonction avec des dérives (ou plutôt fluctuations) de température. Ces fluctuations en température impriment leurs effets aussi sur la structure mécanique, et donc par exemple sur la mise au point d'un système imageur.
• Exemples de bruit en 1/f. Outre les cas présentés dans les figures 6.4 (fluctuations thermiques d'un bolomètre) et 6.5 (fluctuations atmosphériques), le bruit en 1/f est présent dans de nombreux systèmes physiques : système électronique (origine pressentie : paires éléctrons-trous), géophysique (nombre de tremblements de Terre en fonction de leur magnitude), océanographie (vitesse des courants ou hauteur de l'eau), trafic routier, marchés financiers, systèmes quantiques (consulter la page web de Wentian Li pour d'autres exemples). Il existe des cas où le bruit basse fréquence est compris théoriquement, comme dans le cas de la turbulence. Enfin, notons que les processus physiques se distribuent souvent sous forme de loi de puissance.

6.4.3 Bruit gaussien

C'est un bruit dont les valeurs (à un ou plusieurs instants) sont des variables aléatoires gaussiennes.

La propriété remarquable des processus gaussiens est qu'ils sont entièrement caractérisés statistiquement par leur moments d'ordre 1 et 2, en l'occurence la moyenne et la variance (cf. eq 4.12).

Le théorème central limite (Section 4.4) montre que l'ajout de plusieurs processus indépendants tend vers un processus gaussien. L'importance de ce bruit est liée à sa présence fréquente en physique.

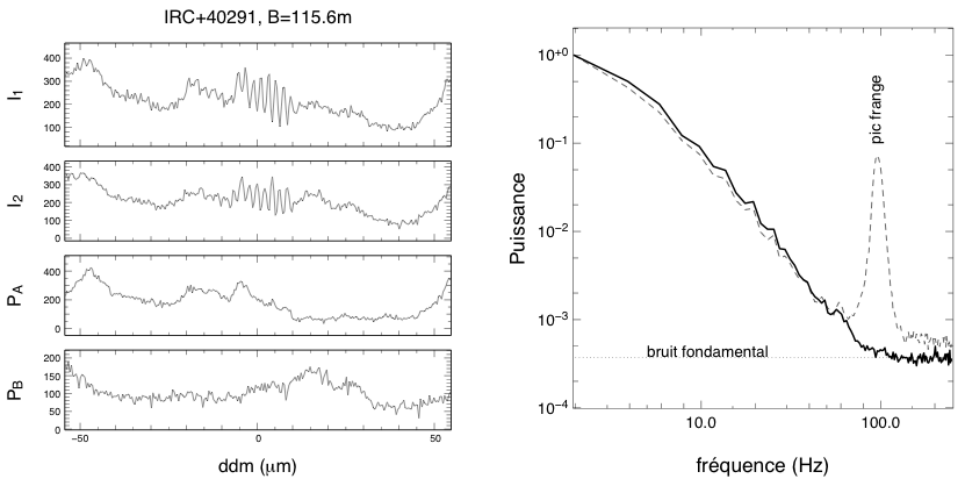


FIG. 6.5 – **Autre illustration du bruit en 1/f : signal interférométrique avec variations atmosphériques.** Séries temporelles (à gauche) et spectre de puissance (à droite). Le bruit en $1/f$ est dû aux variations atmosphériques. Le signal recherché est le pic vers 100 Hz. Instrument FLUOR. Figure 4.3 de la thèse d'Antoine Mérand, 2005, Paris 6.

6.4.4 Bruit poissonien

Le bruit de poisson est caractéristique des évenements individuels plutôt rares, i.e. qui peuvent être définis à un moment (ou endroit) précis. Ce signal se rapproche donc en forme d'une suite d'impulsions de Dirac, dont la distribution obéit à la loi de Poisson.

• La probabilité $P_\mu(n)$ d'avoir n impulsions sur une durée τ (avec ν la fréquence moyenne, i..e le nombre moyen d'impulsions par unité de temps, et en posant $\mu = \tau\nu$), ou encore d'avoir ces impulsions à une distance inférieure à r (avec k le nombre moyen d'impulsions par unité de longueur, et en posant $\mu = rk$), est donnée par la loi de Poisson (équation 4.25).

• Les moments (ou endroits) des occurences de ces impulsions sur deux segments temporels (ou spatiaux) disjoints sont indépendants.

• La fonction de corrélation d'un bruit poissonien (ici temporel) est :

$$C_{xx}(\tau) = \nu\delta(\tau) + \nu^2 \tag{6.12}$$

Dans le cas spatial :

$$C_{xx}(r) = k\delta(r) + k^2 \tag{6.13}$$

Démonstration : le spectre de puissance de "fonctions" de Dirac (le signal dans ce cas limite) est une constante. La fonction d'autocorrélation d'un spectre de puissance constant est une distribution de Dirac $\delta(r)$. On rappelle que la fonction d'autocorrélation, selon la relation de Wiener-Khintchine (cf équation 5.24), est la TF inverse du spectre de puissance. Donc $C_{xx}(r) = k\delta(r)$. Si le signal n'est pas centré (i.e. de moyenne non nulle), alors la fonction de corrélation de deux variables non centrées est égale au produit des fonctions de corrélations des variables centrées augmentées du produit des valeurs moyennes Max & Lacoume [1996]. C'est pour cette raison qu'apparait le terme k^2.

Il y a donc une *composante de bruit blanc* (constante k^2 ou ν^2) dans la fonction de corrélation d'un bruit poissonnien.

• Les bruits impulsifs sont utiles pour représenter des phénomènes discontinus comme le bruit de grenaille (shot-noise), les phénomènes de radioactivité, ou, en astrophysique, la distribution de sources très brillantes dans une image ou les temps d'arrivée de photons de haute énergie (γ ou X) qui sont assez rares.

• Les bruits impulsifs avec statistique de Poisson de moyenne m ont un écart-type valant $\sqrt{m}$ (équation 4.26). Souvent dans la littérature, quand on dit utiliser un modèle en bruit de Poisson, on utilise comme incertitude l'écart-type $\sqrt{m}$.

• Le rapport signal sur bruit (moyenne sur écart-type) vaut $\sqrt{m}$. Si nous étudions $m = 3, 10, 30, 100$ photons, les incertitudes et rapports signaux-sur-bruit vaudront respectivement : $\sqrt{3} \simeq 1.7$, $\sqrt{10} \simeq 3.2$, $\sqrt{30} \simeq 5.5$, 10 ; Les incertitudes relatives (écart-type sur moyenne, ou l'inverse du S/B) vaudront respectivement 58%, 32%, 18%, 10%.

6.5 Bruit : origine physique

Le bruit dans un signal est souvent identifié par son origine physique. Examinons les cas les plus fréquents en astrophysique.

6.5.1 Bruit de photon

Le bruit de photons est lié à la statistique d'arrivée des photons sur le détecteur. On l'a vu plus haut (paragraphe 6.4.4), c'est la statistique de Poisson. Le bruit de photon, toujours présent, vaut $\sqrt{n}$ pour n photons.

Le bruit de photon concerne tous les photons incidents, i.e. ceux qui proviennent de la source étudiée comme ceux qui proviennent des avant-plans ou de l'atmosphère. Le bruit de photon sera donc plus important pour une source avec un fond de ciel brillant, que pour cette même source sans fond de ciel.

Noter que le bruit de photon génère un bruit de photo-électrons. En effet, les photons provoquent la libération de porteurs de charges, qui provoquent des impulsions de courant sur des durées non nulles (typiquement en exponentielle décroissante). La caractère aléatoire du flux de photons se transmet au courant électrique. Si les photons suivent une statistique de Poisson, le bruit engendré sur les photo-électrons sera un bruit de grenaille (voir plus bas).

6.5.2 Bruit thermique

Au dessus du zéro absolu, l'agitation thermique des particules (en particulier les électrons) génère une tension résiduelle aléatoire de bruit dans toute résistance à l'équilibre thermique, de moyenne nulle mais de puissance non-nulle dépendant de la température.

Ce bruit thermique, aussi appelé effet Johnson, fait ainsi apparaitre une tension moyenne efficace (ou variance) σ_V^2, dont la valeur est donnée par la relation de Nyquist-Johnson :

$$\sigma_V^2 = 4kTR\Delta f \tag{6.14}$$

avec k la constante de Boltzmann (1.38×10^{-23} J/K), T la température (en K), R la résistance (Ω), et Δf la bande passante du système (en Hz). Le bruit en courant σ_I est donc :

$$\sigma_I^2 = \frac{4kT\Delta f}{R} \tag{6.15}$$

(Ces deux formulations (équations 6.14 et 6.15) sont des approximations issues de l'hypothèse selon laquelle la bande passante est petite devant la fréquence de coupure du système : $\Delta f \ll \frac{1}{RC}$.)

La puissance totale du bruit thermique P_{th} (en W) dans la résistance est :

$$P_{th} = kT\Delta f \tag{6.16}$$

La puissance du bruit thermique est donc une fonction linéaire de la température.

Enfin, dans la bande de fréquence Δf considérée, ce bruit a un spectre de puissance (ou plutôt une densité spectrale d'énergie) $B(f)$ constante :

$$B(f) = B_0 = \frac{kT}{2} \tag{6.17}$$

Le bruit thermique est donc un bruit blanc dans la plage Δf.

Le bruit thermique se retrouve dans tous les détecteurs. Dans les imageurs de type CCD, ce bruit prend la forme de pixels brillants répartis aléatoirement. L'intérêt de refroidir les détecteurs est donc (entre autres) de limiter le bruit thermique. Les CCD sont ainsi refroidis à l'azote liquide. D'autres détecteurs comme les photoconducteurs IR ou les bolomètres submm sont refroidis à très basse température (1.6K à 80 ou 100 mK) aussi pour d'autres raisons (conductivité des semiconducteurs dans le régime extrinsèque).

Température équivalente de bruit

Les radioastronomes utilisent la température équivalente de bruit pour caractériser leurs récepteurs. Pour cela, on fait l'hypothèse que tout le bruit σ_{tot} se comporte comme un bruit thermique dans la résistance R d'un dipôle. Avec cette hypothèse et l'équation 6.15 on obtient la température équivalente de bruit T_{eb} :

$$T_{eb} = \frac{R\sigma_{tot}^2}{4k\Delta f} \tag{6.18}$$

6.5.3 Bruit de fond

Le bruit de fond est le signal parasite sur le détecteur qui s'ajoute au signal recherché. Le signal parasite peut provenir de l'atmosphère (au sol), de l'environnement thermique des détecteurs (en infrarouge/submm), des rayons cosmiques, etc. Le bruit de fond suit donc une statistique de Poisson.

Supposons que l'on ait n_{source} photons provenant de la source, et n_{fond} provenant du fond. Du fait de l'indépendance des processus d'émission des photo-électrons du signal recherché et du bruit de fond, la variance observée σ_{obs}^2 est la somme des variances du bruit de photon de la source recherchée σ_{source}^2 et du bruit de photon du fond σ_{fond}^2.

$$\sigma_{obs}^2 = \sigma_{source}^2 + \sigma_{fond}^2 = n_{source} + n_{fond} \tag{6.19}$$

Le rapport signal sur bruit S/B sera donc :

$$S/B = \frac{n_{source}}{\sigma_{obs}} = \frac{n_{source}}{\sqrt{\sigma_{source}^2 + \sigma_{fond}^2}} = \frac{n_{source}}{\sqrt{n_{source} + n_{fond}}} < \sqrt{n_{source}} \tag{6.20}$$

Le bruit de fond diminue donc le rapport signal sur bruit.

Bien que la distinction soit formelle (puisqu'il s'agit de bruit de photon), noter que le bruit de fond est différent du signal astrophysique provenant des sources contaminantes (avant-plan, source voisine, etc..).

6.5.4 Bruit de discrétisation (ou quantification ou numérisation)

Le convertisseur analogique-numérique (CAN, ou ADC en anglais pour *Analog to Digital Converter*) discrétise le signal continu, ce qui revient à dégrader le signal si la discrétisation est trop grossière. Si le CAN code le signal sur n bits, alors 2^n niveaux de discrétisation sont accessibles. Si le signal à numériser a des valeurs comprises entre V_{min} et V_{max}, sa dynamique sera $D = V_{max} - V_{min}$; la discrétisation engendrera une perte de résolution qui atteindra alors : $D/2^n$. Actuellement, le codage s'effectue sur 16 bits (CCDs), donnant une dynamique de 65536 niveaux, soit une résolution relative de $\frac{1}{2^{16}} = 1.5 \times 10^{-5}$, ce qui est très raisonnable. A titre de comparaison, les appareils photos reflex numérique 10 Mpixels en vogue actuellement (été 2007) numérisent le signal sur 12 bits.

6.5.5 Bruit de lecture

La lecture du signal (suivant sa détection) induit un bruit additif, que l'on appelle bruit de lecture (*readout noise* ou *read noise* en anglais). Une partie de ce bruit est due à la discrétisation par le convertisseur analogique-numérique, une autre est due à l'électronique utilisée dans le processus. Ce bruit de lecture est en général faible par rapport aux autres sources de bruit. Nous reviendrons sur le bruit de lecture dans le cas des détecteurs CCD (Section 8).

6.5.6 Bruit de grenaille

C'est un terme évoquant le bruit provenant d'événements rares et qui suivent la statistique de Poisson ; c'est donc un bruit déjà évoqué, qui se comporte comme un bruit blanc. Appelé *shot noise* en anglais, il est équivalent au bruit de photon dans le cas optique.

En éléctronique, son origine vient des fluctuations statistiques du nombre de porteurs de charges (électrons ou trous) traversant une barrière de potentiel et qui participent à la création d'un courant. Une telle barière existe dans une jonction PN d'un semiconducteur ; cet effet se retrouve aussi dans les mécanismes d'émission photoélectrique et thermoélectrique. Contrairement au bruit thermique qui existe en l'absence de courant, le bruit de grenaille dépend du courant moyen et s'y superpose.

6.5.7 Bruit de confusion

Ce bruit a pour origine la grande densité de surface de sources ponctuelles dans une image. Cette situation se retrouve dans le domaine visible dans les régions de la Voie Lactée, ou à plus grande longueur d'onde (infrarouge, submm, mm, radio) dans les champs profonds de galaxies très nombreuses, dont la séparation angulaire est du même ordre de grandeur que la PSF. Ce bruit de confusion est de nature astrophysique et altère la capacité de détecter des sources faibles et de faire de la photométrie précise. Le moyen de le diminuer est de diminuer la taille de la PSF : aller à plus courte longueur d'onde et/ou utiliser un télescope de plus grande diamètre (ou des lignes de bases plus grandes dans le cas de l'interférométrie). Son calcul est assez complexe (et parfois même débatu) puisqu'il fait intervenir un modèle de distribution (en position et en flux) des sources étudiées. Pour plus de détails a propos des galaxies, voir Dole et al. [2003] pour l'infrarouge lointain ou Condon [1974] pour la radio.

6.6 Rapport signal sur bruit S/B

Le rapport signal sur bruit S/B ("signal à bruit", ou *signal to noise ratio* en anglais) est LA notion importante. Le S/B caractérise la qualité d'un signal. Des exemples ont déjà été donnés plus haut. Le S/B est défini comme le rapport entre l'amplitude du signal et l'amplitude du bruit. Il faut savoir qu'une autre définition existe, celle du rapport des puissances (ou énergies), mais nous ne l'utiliserons pas.

Dans le cas d'un signal se comportant comme une variable aléatoire gaussienne, ce qui est souvent le cas en vertu du théorème central limite (section 4.4), le signal est estimé par sa moyenne m, et le bruit par la dispersion σ, et leur comportement en fonction du nombre de mesures n est : $m \propto n$ et $\sigma \propto \sqrt{n}$ (cf section 4.5), d'où :

$$S/B = \frac{m}{\sigma} = \sqrt{n} \tag{6.21}$$

Nous venons de voir cependant que le bruit peut avoir plusieurs origines. Si les processus sont indépendants, la variance totale sera la somme des variances (sinon il faut construire la matrice de covariance, cf Protassov [2002] par exemple). Dans l'hypothèse de p processus de bruit indépendants de variance individuelle σ_i^2, le S/B s'écrit alors :

$$S/B = \frac{m}{\sqrt{\sigma^2 + \sum_{i=1}^{p} \sigma_i^2}} \leq \sqrt{n} \tag{6.22}$$

On voit clairement que si les autres processus de bruit sont négligeables devant le bruit gaussien, autrement dit si $\sigma^2 \gg \sum_{i=1}^{p} \sigma_i^2$, l'équation 6.22 s'approximera alors bien par l'équation 6.21.

L'analyse fine du signal reçu et la connaissance intime de toute la chaîne de détection doivent permettre de quantifier chaque processus de bruit (photon, fond, thermique, lecture, ...). Des mesures de qualité permettent alors d'estimer correctement le S/B, préalable à toute analyse scientifique cohérente.

La démarche est aussi prédictive : les chercheurs sont autant dans la situation de devoir estimer a priori le S/N qu'ils comptent obtenir, que de devoir le mesurer sur les données réelles a posteriori. En effet, pour obtenir du temps de télescope ou pour vendre un projet de nouvel instrument (sol ou espace) aux agences en vue d'obtenir un financement pour sa réalisation, il est nécessaire de quantifier la qualité des mesures souhaitées. La détermination du rapport S/B, tant prédictive avec des caractéristiques instrumentales et des modèles de l'objet étudié, qu'effective sur les données à analyser, est donc un sport presque quotidien. Un exemple sera donné en section 8 à propos des observations avec CCD.

6.7 Détection à 3 ou 5 sigmas ?

Quand un signal est t-il "vraiment" détecté ? Il n'y a pas de réponse simple à cette question. On préfere plutôt répondre à celle-ci : avec quel degré de confiance le signal est t-il détecté ?

En nous plaçant dans le cas gaussien (voir la section 4.2, en particulier la figure 4.1 et la table 4.1), i.e. dans le cas où le bruit total se comporte comme une variable aléatoire gaussienne de moyenne m et d'écart-type σ. La mesure d'un événement de valeur $m + t\sigma$ (pour $t = 1, 2, 3, 5$) a une probabilité d'environ 32%, 4.5%, 0.3%, 0.006% et 0.00006% respectivement (colonne de droite de la table 4.1), de provenir de la distribution de bruit.

On voit donc qu'une "détection à 3σ" a 0.3% de chance de provenir du bruit, et qu'une "détection à 5σ" a 0.00006% de chance de provenir du bruit. Il s'agit donc de détections fiables, avec un degré de confiance important (largement supérieur à 99%). On voit également que la détection à 3σ implique $S/B = 3$ et que 5σ implique $S/B = 5$.

Un signal qui "sort" à 1σ ou 2σ ne sera pas considéré comme une détection. Le seuil de détection minimum est traditionnellement fixé à 3σ. En pratique, une détection à 3σ n'est complètement crédible : il vaut mieux utiliser 5σ (ou plus !) pour convaincre ses collègues (et les referees...).

L'*intervalle de confiance* dans la détection est l'intervalle de mesure, par exemple $[-3\sigma, 3\sigma]$.

6.8 Niveau de confiance

Le niveau de confiance (NC ou CL pour *confidence level* en anglais) est l'intégrale de la fonction de distribution (ou de densité de probabilité, PDF, section 4.1.2) dans l'intervalle de confiance (entre - et + la valeur mesurée). Autrement dit, on prend la différence de la fonction de répartition (ou fonction de distribution cumulative si on traduit mal l'anglais) à la valeur mesurée x et en $-x$, puisque la fonction de répartition est l'intégrale de la fonction de distribution :

$$CL(x) = \int_{-x}^{x} f(y)dy = F(x) - F(-x) \tag{6.23}$$

en utilisant les notations de la section 4.1.2.

Imaginons qu'un signal émerge à 2.12σ. L'intervalle de confiance sera $[-2.12\sigma, 2.12\sigma]$. En intégrant la fonction gaussienne entre -2.12σ et $+2.12\sigma$, on obtient le niveau de confiance : 96.6%.

6.9 Puissance équivalente de bruit

La puissance équivalente de bruit (PEB ou NEP pour *Noise Equivalent Power* en anglais) est la puissance minimale détectable à l'entrée du système, i.e. la puissance pour laquelle le rapport S/B=1. Elle est exprimée en $W/\sqrt{Hz}$ ou unité équivalente. (La dimension en $1/\sqrt{Hz}$ provient du fait qu'il faut multiplier par la bande passante du système pour avoir le niveau de bruit ; la définition de la NEP fait intervenir la division par la bande passante).

La NEP est un nombre qui résume les performances d'un système.

6.10 Réponse impulsionnelle

La réponse impulsionnelle du télescope, et plus généralement de l'optique utilisée, est l'une des premières observations effectuées. Appelée fonction d'étalement de point (ou PSF pour *Point Spread Function* en anglais), elle est obtenue en obsrevant des sources ponctuelles très brillantes. Elle est ensuite comparée au modèle optique du télescope afin de vérifier leur accord.

En radioastronomie ou dans le cas d'observations absolues (comme Planck), la caractérisation de la PSF (ou du lobe, terme utilisé en radio) doit être très fine jusque dans les lobes secondaires et lointains.

Chapitre 7

Généralités sur les détecteurs de rayonnement

Contents

7.1 Classification des détecteurs 67
7.1.1 Détecteurs cohérents, quantiques, en amplitude, ou quadratiques 67
7.1.2 Classification plus pragmatique 68
7.2 Performances des détecteurs 69
7.3 Un soupçon de physique du solide 69

7.1 Classification des détecteurs

On peut classer les détecteurs en plusieurs grandes familles, caractérisées soit par l'information à laquelle on a accès (comme amplitude et/ou phase de l'onde, puissance), soit par la manière dont l'onde incidente interagit avec la matière (processus physique de détection).

7.1.1 Détecteurs cohérents, quantiques, en amplitude, ou quadratiques

Cohérence vs incohérence :

- détecteur cohérent : sensible à l'amplitude et à la phase de l'onde incidente. Exemple : détection hétérodyne en radioastronomie (mélange de l'onde incidente avec l'onde provenant d'un oscillateur local pour rabaisser la fréquence) et interférométrie.
- détecteur incohérent : sensible seulement à l'amplitude de l'onde incidente (pas à la phase). Exemple : CCD, bolomètre, photoconducteur, photodiode, photomultiplicateur.

Amplitude vs quadratique :

- détecteur en amplitude : sensible à l'amplitude *instantanée* de l'onde incidente. Exemple : antenne radio.
- détecteur quadratique : sensible au carré de l'amplitude de l'onde incidente, à cause d'une *intégration temporelle* du signal reçu. Exemple : CCD, bolomètre.

Pour résumer, un détecteur d'amplitude sera sensible à la *puissance* du signal car il s'agit d'une détection instantanée, alors qu'un détecteur quadratique sera sensible à l'*énergie* du signal puisque le processus de détection fait intervenir un temps caractéristique durant lequel le signal est integré.

Quantique vs non-quantique :

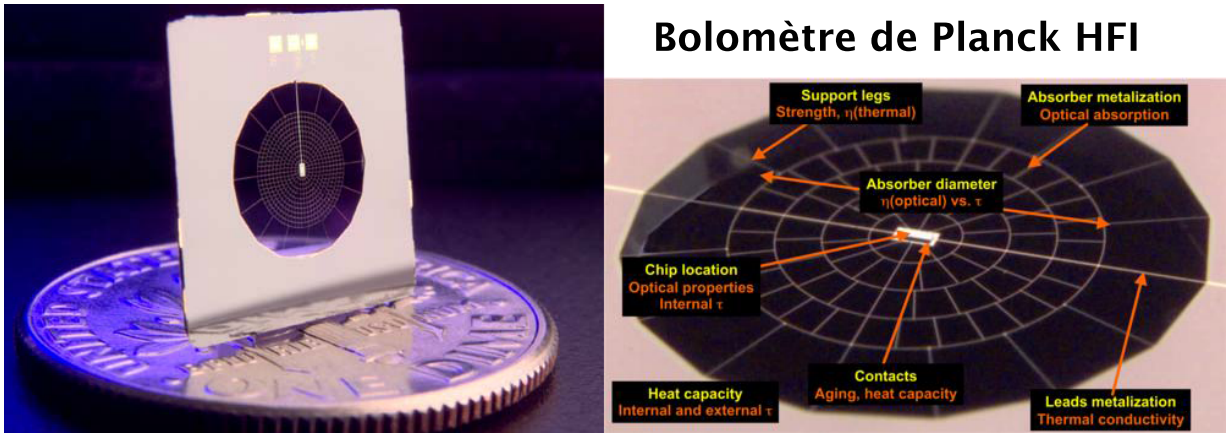


FIG. 7.1 – **Bolomètre de Planck-HFI.** Le bolomètre est la structure en toile d'araignée (SWB : spider web bolometer) dont la maille est comparable a la longueur d'onde d'observation ce qui permet d'être moins sensible aux rayons cosmiques. Le thermomètre est au centre. JPL/NASA et ESA ; site planck.fr et Michel Piat.

- détecteur quantique : dont le principe de détection repose sur l'interaction individuelle entre le photon et la matière. Le rayonnement incident est traité de manière corpusculaire (photon). Exemple : le photon crée un photo-éléctron dans un détecteur CCD ; plaque photographique.
- détecteur non-quantique : dont le principe de détection n'invoque pas de photon individuel mais un flux de photon ou une onde électromagnétique. Exemple : bolomètre s'échauffant lorsqu'il est exposé à un flux de rayonnement, radio FM.

7.1.2 Classification plus pragmatique

Suivant Rieke [2004], on peut classer de manière plus pragmatique les détecteurs, selon trois grandes classes :

Détecteurs de photons, ou quantiques

Ces détecteurs sont sensibles aux photons individuels. Un photon incident absorbé dans le détecteur donne naissance à un ou plusieurs porteurs de charges. Dans le cas d'éléctrons produits, on parle de photo-électrons. Pour des détecteurs instantanés (pas d'intégration), la mesure du courant électrique produit donne accès à la puissance lumineuse reçue (par exemple photo-multiplicateur). Pour des détecteurs intégrateurs, la mesure du nombre de charges accumulées donne accès à l'énergie reçue, ou puissance moyenne durant la pose (exemple : CCD).

Ce type de détecteurs est utilisé des rayons X à l'infrarouge.

Détecteurs thermiques

Ces détecteurs, appelés bolomètres, absorbent les photons et s'échauffent, transformant ainsi le rayonnement lumineux en chaleur. On mesure l'élevation de température grâce à une résistance collée au bolomètre et à un courant très faible dont on mesure les variations (liées aux variations de resistance qui varie avec la température).

La figure 7.1 montre un bolomètre de Planck HFI, dont la structure est en toile d'araignée pour minimiser les effets des rayons cosmiques.

Les bolomètres sont principalement utilisés dans le domaine submillimétrique, mais ont servi dans le domaine X et infrarouge.

Détecteurs cohérents

Les détecteurs cohérents sont sensibles à l'intensité et à la phase de l'onde incidente. Ils fonctionnent en faisant interférer le signal incident avec une onde générée par un oscillateur local. La fréquence de l'onde incidente est ainsi abaissée (battement) à une fréquence dite intermédiaire (f_{IF}) tout en préservant la phase. On qualifie aussi ces détecteurs d'hétérodynes ou super-hétérodynes.

Ils sont principalement utilisés dans le domaine radio, mais aussi en infrarouge et submillimétrique pour la spectroscopie très haute résolution.

7.2 Performances des détecteurs

Voici les principaux critères qui servent à évaluer les performances des détecteurs Rieke [2004] :

Réponse spectrale. Il s'agit du domaine spectral total (en longueur d'onde ou fréquence) dans lequel les photons peuvent être détectés avec une efficacité raisonnable.

Bande passante. C'est le domaine spectral dans lequel, à un instant donné, les photons peuvent être détectés. Cette bande passante peut être plus petite que la réponse spectrale à cause d'un filtre sélectif par exemple.

Linéarité. C'est la relation proportionnelle (ou non) reliant le nombre de photons incidents au signal de sortie du détecteur.

Dynamique. C'est la plage maximale de variation de signal pour laquelle le signal de sortie est représentatif du flux de photon incident avec une efficacité raisonnable.

Efficacité quantique. La fraction de photons qui est effectivement convertie en signal.

Bruit. Incertitude sur le signal de sortie. Idéalement, le bruit ne provient que des fluctuations statistiques dues au nombre fini de photons produisant le signal. Nous avons vu que s'ajoutent d'autres bruits : thermique, lecture, autres aspects d'éléctronique. Le détecteur se caractérise donc par une NEP, un spectre de bruit, une stabilité.

Propriétés d'imagerie. Nombre de pixels, taille physique et résolution angulaire.

Réponse temporelle. Intervalle de temps minimum pendant lequel le système peut distinguer un changement de flux d'entrée.

7.3 Un soupçon de physique du solide

Explicitons le comportement d'un matériau soumis à un flux de photons provoquant l'excitation d'électrons, que l'on appelle photo-électrons.

Les isolants (cf figure 7.2) nécessitent des photons de très haute énergie pour que les électrons puissent passer la bande interdite (le "gap") et migrer de la bande de conduction à la bande de valence, changeant ainsi les propriétés de conduction du matériau. Dans le domaine visible ou infrarouge, les photons n'ont pas d'énergie suffisante. Les isolants ne seront donc pas utilisés.

Les métaux, bons conducteurs, ne sont pas influencés de manière significative par la génération des photo-électrons : il est donc difficile de les détecter.

Les semiconducteurs en revanche sont des matériaux appropriés à la détection de photo-électrons (et donc de photons). Les propriétés électriques des semiconducteurs sont fortement changées lors de l'absorption de photo-électrons issus de photons UV, visible et infrarouge. Par ailleurs, l'ajout de faibles quantités d'impuretés dans le semiconducteur change les propriétés électriques permettant une utilisation variée.

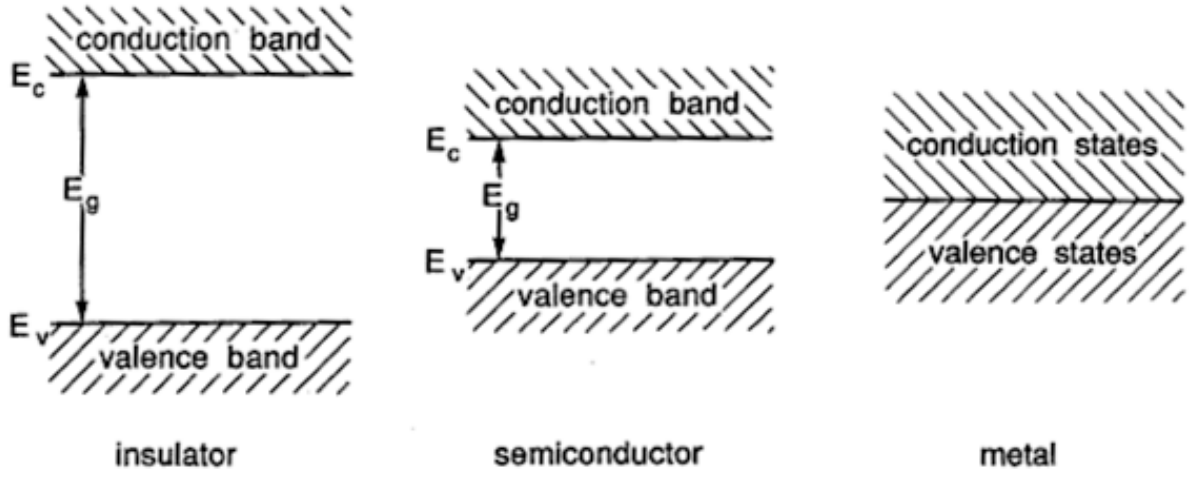


FIG. 7.2 – **Structure de bande d'un isolant, semiconducteur et conducteur.** E_G est l'énergie de la bande interdite (ou "gap"). Figure 1.7 de Rieke [2004].

Les semiconducteurs (e.g. du silicium et du germanium) ont 4 électrons de valence (cf table périodique des éléments chimiques). Les semiconducteurs on un gap typiquement compris entre 0 et 3.5 eV.

On distingue les semiconducteurs intrinsèques des extrinsèques :

- Cas intrinsèque : détection de photons dont l'énergie est supérieure ou égale au gap.
- Cas extrinsèque : avec l'ajout d'impuretés, des photons de plus faible énergie peuvent être détectés car ce sont les paires électrons-trous provenant de ces impuretés qui changent la condictivité. Ils doivent fonctionner à très basse température.

Pour plus de détails, voir Rieke [2004] et Kittel [2004].

Chapitre 8

Détecteurs CCD dans le visible

Contents

8.1 Fonctionnement . . . 71
8.2 Caractéristiques . . . 72
8.2.1 Caractéristiques principales . . . 72
8.2.2 Exemples de CCD . . . 72
8.3 Rapport signal sur bruit . . . 74
8.4 Acquisitions à effectuer . . . 74
8.5 Pré-traitement du signal CCD . . . 76
8.5.1 Caméras CCD refroidies à l'azote liquide . . . 76
8.5.2 Caméras CCD refroidies par effet Peltier . . . 76
8.5.3 Correction du temps d'intégration . . . 76
8.6 Un modèle simple de données CCD . . . 76
8.6.1 Description du modèle . . . 76
8.6.2 Modèle du bruit additif . . . 77
8.6.3 Démarche . . . 77
8.6.4 Mesure et détermination du biais : le superbiais . . . 77
8.6.5 Mesure et détermination du gain : le superflat . . . 78
8.7 Exemple : M82 au 120 de l'OHP . . . 79
8.7.1 De l'image brute à l'image traitée . . . 79
8.7.2 Images de poussières sur le flat . . . 79

Les détecteurs CCD (*Charge-Coupled Device* en anglais), ou dispositif à transfert de charges (DTC), sont des détecteurs quantiques très performants dans le domaine visible, UV, X, et proche-infrarouge, à la fois pour l'imagerie et pour la spectroscopie. Le grand nombre de pixels disponibles, le faible niveau de bruit (courant d'obscurité et bruit de lecrture), la capacité de les combiner pour créer des détecteurs géants, sont parmi les grands avantages de cette technologie. Nous aborderons surtout les aspects relatifs aux observations dans le domaine visible. Ce chapitre s'inspire de Howell [2000] et de Boulade [2007].

8.1 Fonctionnement

Le fonctionnement du CCD se résume en quatre étapes.

1- Conversion des photons en photo-électrons.

Cette étape de détection fait intervenir l'effet photo-électrique dans un semiconducteur (le silicium). Le photon incident d'énergie suffisante génère une paire électron-trou.

2- Accumulation des charges.

Les photo-électrons s'accumulent dans le puits de potentiel présent sous chaque pixel. La capacité MOS (Metal-Oxyde Semiconductor), vide de trous, permet d'accumuler les électrons sans recombinaison.

3- Transfert des charges vers le circuit de lecture.

Les charges des pixels sont transférés de proche en proche, sur chaque colonne, puis colonne par colonne, grâce à un changement de potentiel.

4- Lecture de l'information.

Le transfert, géré par une horloge permettant de reconstruire ensuite la position des pixels en fonction de leur temps d'arrivée, est ensuite amplifié et lu par le circuit de lecture. Suivent l'échantillonnage, la numérisation, et le transfert vers l'ordinateur.

Noter que le terme CCD se rapporte au mode de lecture de l'information, et pas au mode de génération de cette information.

8.2 Caractéristiques

8.2.1 Caractéristiques principales

Les principaux critères de qualité caractérisant un détecteur CCD sont les suivants.

• **Rendement quantique** (ou QE pour *Quantum Efficiency*) : exprimé en pour-cent, il indique l'efficacité de la détection d'un photon. La QE dépend de la longueur d'onde. Les CCD actuelles ont une QE de l'ordre de 90% dans le rouge, et 40% dans le bleu.

• **Pixels** : taille physique (en μm) et nombre total. Le mode *binning* permet de lire des paquets de pixels comme s'ils n'en formaient qu'un seul : cela a l'avantage de diminuer le bruit de lecture, d'augmenter le signal astrophysique (car "gros" pixel). Le désavantage est de perdre de la résolution angulaire.

• **Bruit de lecture** : exprimé en électrons, il indique le bruit dû au circuit de lecture. Il a deux principales origines : la conversion analogique-numérique, et le bruit électronique. Il est additif.

• **Courant d'obscurité** : exprimé en électron/s/pixel, il indique l'intensité du bruit de courant résiduel d'origine thermique, et qui augmente avec le temps d'intégration. On le diminue en refroidissant le détecteur.

• **Biais ou offset** : exprimé en électrons ou ADU, c'est le niveau zéro du CCD (i.e. le piédestal) présent en l'absence de tout signal lumineux.

• **Capacité du pixel** (*full well capacity*) : exprimé en électrons, c'est le nombre maximum d'électrons pouvant être accumulé dans un pixel. L'ordre de grandeur est de 200 ke^- pour les CCD modernes. Au delà, la saturation provoque le déversement des charges dans les pixels voisins, créant des lignes brillantes (saturation ou *blooming*).

• **Gain et dynamique** : le gain, exprimé en électrons/ADU (Analog to Digital units) est le nombre de photo-électrons nécessaire pour génerer 1 ADU. Il exprime donc les performances du convertisseur analogique-numérique. La dynamique, exprimée en pas ou en bits (voir section 6.5.4), indique le nombre total de niveaux distincs peuvant être codés.

• **Autre** : réponse des pixels, linéarité, diffision, non uniformité des pixels.

8.2.2 Exemples de CCD

La table 8.1 compare les caractéristiques de 4 caméras :

- MegaCam au télescope CFHT de 3.6m à Hawaii, mise en service en 2003 (figure 8.1 gauche).
- ACS/WFPC2 (Advanced Camera for Surveys / Wide Field and Planetary Camera 2) sur le télescope spatial Hubble de 2.40m, et mise en service en 2002 (figure 8.1 droite).
- La caméra TK1024 du télescope de 1.20m de l'Observatoire de Haute-Provence, et mise en service en 1996.

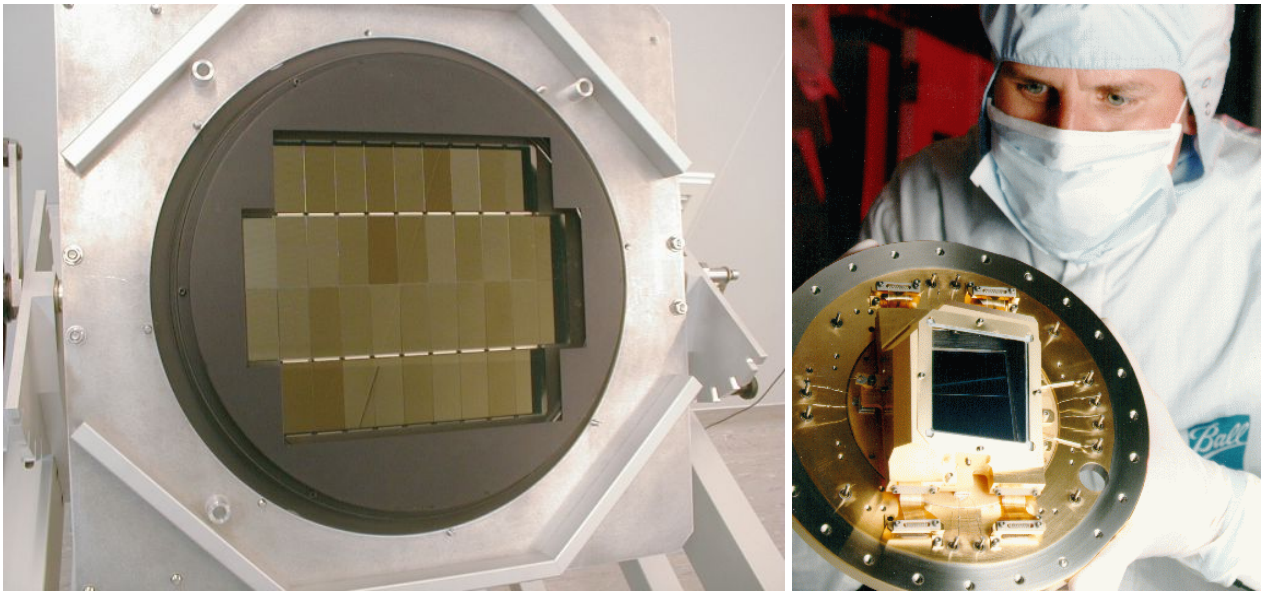


FIG. 8.1 – **(à gauche) Les 40 CCDs de la caméra MegaCam au CFHT.** Chaque CCD ayant 4612x2048 pixels, MegaCam est la plus grande caméra CCD au monde, avec 340 millions de pixels, couvrant un champ de 1 degré carré au foyer du télescope de 3.60m du CFHT. Canada-France-Hawaii Telescope / 2003. **(à droite) Les 2 CCDs de la caméra ACS WFPC2** avant l'intégration, le lancement et l'installation au foyer du HST en mars 2002. NASA / Ball aerospace.

- La caméra SBIG ST-2000XM utilisée par exemple avec un télescope de 0.35m à Orsay. Ce modèle est commecrialisé depuis environ 2004.

TAB. 8.1 – Comparaison des caractéristiques de quelques couples caméra CCD + télescope.

Caméra Télescope	MegaCam[1] CFHT 3.6m	ACS WFPC2[2] HST 2.4m	TK1024[3] OHP 1.2m	ST-2000XM[4] Orsay 0.35m
Fabriquant CCD	e2v techn.	SITe	SITe	Kodak
Référence CCD	CCD42-90	?	TK1024 2	KAI-2020M
Nombre de pixels/CCD	4612×2048	4096×2048	1024×1024	1600×1200
Taille pixel (μm)	13.5×13.5	15×15	24×24	7.4×7.4
Taille pixel sur le ciel (arcsec)	0.19×0.18	0.05×0.05	0.69×0.69	0.39×0.39
Bruit de lecture (e-)	5	5	6.8	7.6
Courant d'obscurité (e-/s/pixel)	0.0005	0.0038	?	0.06 à 0C
Dynamique	65535	65535	65535	65535
température de fonction. (C et K)	-120 (153)	-81 (192)	-196 (77)	-25 à 0 (248 à 273)
Fabriquant caméra	CEA	Ball/JHU	OHP/ESO	SBIG
Nombre de CCDs	36	2	1	1
Nombre total de pixels	340×10^6	16.7×10^6	1×10^6	1.9×10^6
Champ de vue caméra sur le ciel	0.96°×0.94°	202″×202″	11.7′×11.7′	10.4′×7.8′

1 http://www.cfht.hawaii.edu/Instruments/Imaging/MegaPrime/specsinformation.html
2 http://www.stsci.edu/hst/acs/documents/handbooks/cycle16/c03_intro_acs4.html
3 http://www.obs-hp.fr/www/guide/camera-120/camera-120.html
4 http://www.sbig.com/sbwhtmls/st2000xm_new.htm

8.3 Rapport signal sur bruit

L'"équation de la CCD" Howell [2000] permet de calculer le rapport signal sur bruit S/B d'une image CCD.

$$\boxed{S/B = \frac{N_\star}{\sqrt{N_\star + n_{pix}(N_F + N_D + N_L^2)}}} \tag{8.1}$$

avec :

- $N_\star$ le nombre total de "photons" (en fait les photo-électrons détectés) provenant de la source d'intérêt ; ce nombre peut être réparti dans un seul pixel, ou dans plusieurs pixels : région circulaire (source poctuelle ou étendue symétrique), ou rectangulaire (portion d'un spectre) ;
- n_{pix} le nombre total de pixels pris en compte dans l'analyse du rapport S/B ;
- N_F le nombre de photons par pixel venant du fond de ciel ;
- N_D le nombre d'électrons par pixel provenant du courant d'obscurité (dark) ;
- N_L le nombre d'électrons par pixel provenant du bruit de lecture.

Le fait que $N_\star$, N_F et N_D apparaissent au dénominateur sous forme de racine vient du fait que ces sources de bruit, de type bruit de photon, se comportent comme du bruit poissonnien (cf section 6.4.4). Le terme de bruit de lecture en revanche se comporte comme du bruit de grenaille (shot noise, cf section 6.5). On voit que si le signal de l'astre est intense, $N_\star$ domine les autres sources de bruit, et le S/B se comporte alors comme du bruit de photon en distribution de Poisson.

Une définition de "source intense" pourrait précisément être : source pour laquelle $N_\star$ domine les autres termes de bruit, de sorte que le S/B se comporte de manière poissonniene.

Dans le cas d'une source faible, i.e. pour laquelle les autres termes ne sont plus négligeables, le calcul du S/B sera plus précis Howell [2000] en utilisant

$$S/B = \frac{N_\star}{\sqrt{N_\star + n_{pix}(1 + \frac{n_{pix}}{n_F})(N_F + N_D + N_L^2 + G^2\sigma_f^2)}} \tag{8.2}$$

avec :

- n_F le nombre total de pixels utilisés pour l'estimation du fond de ciel : plus cette région sera petite, plus l'incertitude sera grande ;
- G le gain du CCD en électron/ADU ;
- σ_f une estimation de l'incertitude 1σ de la conversion analogique-numérique.

Il existe d'autres termes de bruit, comme le bruit de non-uniformité de réponse des pixels Boulade [2007].

Enfin, le temps d'intégration intervient. On peut réécrire l'équation 8.1 en faisant explicitement apparaitre le temps t :

$$S/B = \frac{N_\star t}{\sqrt{N_\star t + n_{pix}(N_F t + N_D t + N_L^2)}} \tag{8.3}$$

8.4 Acquisitions à effectuer

Voici les images CCD à obtenir chaque nuit. Les "flats" et "darks" peuvent être obtenus en début et fin de nuit, laissant ainsi plus de temps pour les images de science et d'étalonnage pendant la nuit.

• **Des plages de lumière uniforme (PLU) ou flat-fields (au moins 10)**.

Ces images sont obtenues au crépuscule (soir ou matin) sur le ciel uniforme ; la difficulté réside dans le changement rapide d'intensité (quelques minutes). Alternativement, on peut utiliser un écran

blanc dans la coupole fermée, et uniformément illuminé ; la difficulté principale est l'obtention d'un éclairage uniforme.

Chaque image devra avoir des niveaux proches de la saturation, afin de disposer d'une excellente statistique. Il convient d'effectuer au moins trois flats dans chaque filtre, l'idéal étant dix ou plus, afin d'obtenir des rapports S/B excellents. Ces images serviront à corriger la non-uniformité spatiale à la fois de la réponse des pixels mais aussi du système optique (filtres, miroirs, poussières). Noter que le flat changera dès lors que la caméra ou un filtre sera touché.

• **Des images de noir, ou dark (au moins 10)**.

Ces images sont des intégrations de durée égale aux images de science et d'étalonnage, mais effectuées dans le noir avec l'obturateur (*shutter*) fermé. Le signal dans ces images est dû au bruit thermique et de lecture, et au biais : c'est le courant d'obscurité. En théorie, un dark devrait être acquis imédiatement après chaque image de science, afin de bénéficier des conditions les plus proches (thermiquement) que la pose sur le ciel. Une alternative, moins coûteuse en temps de télescope, consiste à acquérir une dizaine de darks (du temps de pose adéquat, ou alors cela nécessite une renormalisation par la racine du temps effectif d'intégration) afin de générer un superdark moyenné qui sera valide toute la nuit si la température de la caméra est bien régulée (ce qui est le cas des caméras modernes). Le bruit thermique étant souvent négligeable dans les caméras refroidies, ces darks peuvent être optionnels si on mesure les biais (voir plus bas).

• **Des biais (au moins 10)**.

Ces images sont des intégrations ultra-courtes avec l'obturateur fermé. Elles permettent d'estimer le biais (parfois appelé *bias* ou *offset*), i.e. le niveau zéro (ou piédestal) de la caméra. Le signal dans les images de biais est dû à l'électronique de la caméra. Ces images sont optionnelles si l'on a mesuré des darks.

• **Dark ou biais ?**

Dans le cas de caméras refroidies à l'azote liquide, le courant d'obscurité est négligeable : il suffit d'acquérir des images de biais, plus rapide à obtenir. Dans le cas de caméras CCD refroidies par effet Peltier, le courant d'obscurité n'est pas négligeable ni stationnaire, et il est nécessaire d'effectuer des darks ; les biais sont alors optionnels.

• **Mise au point**.

Une série d'images est nécessaire pour ajuster et confirmer la bonne mise au point du télescope. Ces images ne seront pas utilisées ensuite.

• **Images d'étalonnage (au moins 3)**.

Des images doivent être prises dans tous les filtres sur des étoiles d'étalonnage. On peut se contenter d'une étoile par nuit si elle est stable. En principe il faudrait une image d'étalonnage pour chaque image de science ; cependant, les détecteurs CCD sont très stables et l'atmosphère varie assez peu au cours d'une nuit normale. Un étalonnage photométrique fréquent est exigé quand les conditions atmosphériques sont changeantes, sauf si le champ étudié contient beaucoup d'étoiles, qui peuvent alors servir d'étalonage secondaire.

• **Images de science (au moins 3)**.

Ces images doivent avoir un bon rapport S/B et être redondantes pour faciliter l'identification de certaines sources de bruit comme les rayons cosmiques. On effectuera donc au moins trois intégrations différentes par filtre.

8.5 Pré-traitement du signal CCD

L'image de science sera utilisable seulement après l'étape de pré-traitement qui sert à corriger les principaux effets instrumentaux. (un mod´ele d'instrument et de données est ainsi requis : cf section 8.6 pour les justifications et les vérifications). De la qualité des images de correction dépendra la qualité finale de l'image de science : il est donc essentiel d'avoir des images de biais (ou dark) et de flat de très bonne qualité, sinon elles dégraderont l'image finale.

L'image pré-traitée est obtenue avec quelques opérations simples (soustraction et division), justifiées dans la section 8.6.

Ce pré-traitement est à appliquer à toutes les images de science et d'étalonnage.

8.5.1 Caméras CCD refroidies à l'azote liquide

Le courant d'obscurité est négligeable : on peut utiliser les biais.

$$\boxed{\mathrm{ImagePreTraitee} = \frac{\mathrm{ImageBrute} - \mathrm{SuperBiais}}{\mathrm{SuperFlat}}} \tag{8.4}$$

avec

ImageBrute : l'image de science individuelle brute ;

SuperBiais : le biais final, i.e. moyenné sur une dizaine d'images ;

SuperFlat : le flat final, i.e. moyenné sur une dizaine d'images (individuellement soustraites du SuperBiais avant la combinaison, puis individuellement normalisées à l'unité), et normalisé à 1 (i.e. la moyenne de tous les pixels de l'image vaut l'unité). Cette étape de normalisation à l'unité assure que la photométrie reste inchangée.

8.5.2 Caméras CCD refroidies par effet Peltier

Le courant d'obscurité n'est plus négligeable ni stationnaire ; il faut donc utiliser des darks.

$$\mathrm{ImagePreTraitee} = \frac{\mathrm{ImageBrute} - \mathrm{Dark}}{\mathrm{SuperFlat}} \tag{8.5}$$

avec les mêmes notation que ci-dessous, sauf pour le SuperFlat :

SuperFlat : le flat final, i.e. moyenné sur une dizaine d'images, soustrait du SuperDark, et normalisé à 1 (i.e. image de moyenne unité).

8.5.3 Correction du temps d'intégration

L'image de science ainsi pré-traitée doit ensuite être divisée par un scalaire, correspondant au temps d'intégration en secondes. Ainsi corrigée, l'image pré-traitée sera normalisée pour une seconde d'intégration.

Cette étape, importante, trouvera son utilité quand il s'agira de combiner ou de comparer (ou d'étalonner) plusieurs observations provenant d'intégrations différentes. En effet, sans cette division, le même source sur le ciel aura des signaux différents qui dépendront du temps d'intégration, ce qui n'est pas raisonnable.

8.6 Un modèle simple de données CCD

8.6.1 Description du modèle

Supposons le modèle simple (mais finalement assez proche de la réalité) de données issues d'un télescope muni d'un détecteur CCD :

$$obs = g \times ciel + b \tag{8.6}$$

avec :
obs : l'image brute (l'observation) ;
$ciel$: le signal recherché ;
g : le gain du système ;
b : le bruit additif du système.

Nous pouvons introduire les dépendances spatiale et temporelle :

$$obs(x, y, \tau) = g(x, y) \times ciel(x, y, \tau) + b(x, y, \tau) \tag{8.7}$$

avec :
x, y : position du pixel sur le détecteur ;
τ : durée de l'intégration.

8.6.2 Modèle du bruit additif

Nous modélisons le bruit b de la manière suivante. Chaque mesure i de biais (ou offset) $biais_i$ peut s'écrire :

$$biais_i = offset + \epsilon_i + \epsilon'_i \tag{8.8}$$

avec :
$offset$: biais systématique constant dû à l'électronique ;
ϵ_i : bruit résiduel aléatoire, essentiellement dû à l'électronique et aux photons, gaussien de moyenne nulle (bruit blanc), de l'observation i ;
ϵ'_i : bruit résiduel aléatoire, essentiellement dû aux rayons cosmiques, poissonien.

Noter qu'on a, par hypothèse : $\epsilon_i \ll o$ et $\epsilon'_i \ll o$.
Nous pouvons réécrire l'équation 8.8 avec la dépendance spatiale :

$$biais_i(x, y, \tau) = offset(x, y) + \epsilon_i(x, y, \tau) + \epsilon'_i(x, y, \tau) \tag{8.9}$$

sachant que, la mesure $biais_i$ étant effectuée avec une intégration essentiellement nulle, τ n'intervient quasiment pas en pratique.

8.6.3 Démarche

La démarche consiste à valider (ou non) le modèle avec les données. Pour cela, nous allons mesurer les valeurs de gain g et de biais $offset$ (constants) à partir d'un jeu de données complet (images de science, flats, biais), et vérifier que leurs propriétés de bruit se comportent bien comme prévu par le modèle.
Le modèle peut donc s'écrire : une observation i se décompose ainsi :

$$\boxed{obs_i(x, y, \tau) = g(x, y) \times ciel_i(x, y, \tau) + offset(x, y) + \epsilon_i(x, y, \tau) + \epsilon'_i(x, y, \tau)} \tag{8.10}$$

8.6.4 Mesure et détermination du biais : le superbiais

Une mesure de biais $biais_i$ est donnée dans l'équation 8.9. Elle est obtenue en effectuant une intégration élémentaire (une fraction de seconde) avec l'obturateur fermé. Nous effectuons N mesures de biais.
Pour déterminer $offset$, la grandeur qui nous intéresse, et valider le modèle, nous devons construire le superbiais B, qui est la moyenne des N mesures de $biais_i$:

$$B = \frac{\sum_{i=1}^{N} b_i}{N} \tag{8.11}$$

ce qui donne, avec l'équation 8.9 :

$$B = offset + \frac{\sum_{i=1}^{N} \epsilon_i}{N} + \frac{\sum_{i=1}^{N} \epsilon'_i}{N} \tag{8.12}$$

Compte-tenu de la brièveté de l'intégration, il est raisonnable de négliger le bruit poissonnien des rayons cosmiques : $\epsilon'_i \sim 0$. Le superbiais s'écrit alors :

$$\boxed{B = offset + \frac{\sum_{i=1}^{N} \epsilon_i}{N}} \tag{8.13}$$

Si le modéle est correct, $offset$ est la partie constante de b, et la variance de B décroit comme $1/\sqrt{(N)}$.

En pratique

En pratique, il convient donc de :
- faire l'acquisition de N biais ;
- construire plusieurs superbiais B avec N différents (par exemple, $N = 2, 4, 8, 16$) ;
- mesurer la variance des superbiais, et vérifier qu'elle décroit bien comme $\sqrt{N}$;
- vérifier que $offset$ reste constant (au bruit près) dans les différents superbiais ;
- construire le superbiais final B avec N le plus grand, de sorte que le terme $\frac{\sum_{i=1}^{N} \epsilon_i}{N}$ soit négligeable devant $offset$, et que B devienne ainsi un bon estimateur de $offset$, la quantité recherchée.

8.6.5 Mesure et détermination du gain : le superflat

Une mesure i de flat $flat_i$ est caracterisée par

$$flat_i = g_i \times C_i + offset + \epsilon_i + \epsilon'_i \tag{8.14}$$

puisque le "ciel" est supposé constant, de valeur C_i. En utilisant le superbiais B comme estimateur de $offset$ (équation 8.13), la mesure de flat moins le superbiais donnent :

$$flat_i - B = g_i \times C_i + \epsilon_i + \epsilon'_i \tag{8.15}$$

On suppose dans le modèle que le gain est constant, i.e. que pour tout i : $g_i = g$.

Par ailleurs, il faut vérifier que les termes $\epsilon_i + \epsilon'_i$ soient négligeables par rapport à C_i' : il importe donc que les observations de flat soient acquises avec le meilleur rapport signal sur bruit possible (i.e. proche de la saturation).

Il faut ensuite normaliser les $flat_i - B$ de sorte que la moyenne de l'image vaille 1. On applique donc le facteur $< C_i > = < flat_i - B >_{\text{pixels}}$, moyenne sur tous les pixels de l'image $flat_i - B$, pour construire le flat normalisé $flatnorm_i$:

$$flatnorm_i = \frac{flat_i - B}{< C_i >} = g + \epsilon_{fi} \tag{8.16}$$

avec ϵ_{fi} le bruit sur le flat normalisé, qui est de l'ordre de grandeur de $\frac{\epsilon_i + \epsilon'_i}{<C_i>}$.

Il faut moyenner (ou obtenir la médiane) les $flatnorm_i$ pour obtenir le superflat F, qui sera un estimateur du gain g :

$$\boxed{F = \frac{\sum_{i=1}^{N} flatnorm_i}{N} = g + \frac{\epsilon_{fi}}{N}} \tag{8.17}$$

Influence du superflat sur la qualité de l'image

Quelle doit être la qualité du superflat F ? Soit une image brute sur le ciel obs. Construisons l'estimateur du ciel $ciel_{estim}$ recherché (cf. équations 8.4 et 8.10), en utilisant le superbiais B comme estimateur de $offset$ (eq.8.13), et le superflat F comme estimateur de g (eq.8.17) :

$$\boxed{ciel_{estim} = \frac{obs - B}{F}} \tag{8.18}$$

Cet estimateur devient :

$$ciel_{estim} = \frac{F \times ciel + \epsilon}{F} = ciel + \frac{\epsilon}{F} \tag{8.19}$$

On remarque que $ciel_{estim}$ est un bon estimateur de $ciel$, si $\frac{\epsilon}{F} \ll ciel$. La qualité de l'image finale dépend donc du terme $\frac{\epsilon}{F}$.

En pratique

En pratique, il convient donc de :
- faire l'acquisition de N flats sur le ciel, avec grand rapport signal sur bruit, pour chaque filtre ;
- construire les $flatnorm_i$, et vérifier que leur variance est faible par rapport à 1 ;
- construire le superflat F ;

Finalisation

L'image finale est ensuite obtenue :
- construire l'image du ciel avec les équations 8.4 ou 8.18 ;
- diviser l'image du ciel par son temps d'intégration en secondes.

8.7 Exemple : M82 au 120 de l'OHP

8.7.1 De l'image brute à l'image traitée

Les 4 figures suivantes (figures 8.2, 8.3, 8.4, 8.5) illustrent les étapes du pré-traitement CCD, sur l'exemple de la galaxie M82 prise à travers le filtre H_α avec la Tek1024 du télescope de 1.20m de l'Observatoire de Haute-Provence par les étudiants du Master 2 d'astrophysique d'Ile de France en décembre 2006. La figure 8.2 montre l'image brute de 900s d'intégration. Le figure 8.3 montre le superbiais mesuré en début de nuit et généré à partir de 6 images. La figure 8.4 montre le superflat effectué à partir de 4 images. Enfin, la figure 8.5 montre l'image pré-traitée selon l'équation 8.4 (avec de plus un filtrage médian sur 3 pixels pour éliminer les cosmiques).

8.7.2 Images de poussières sur le flat

L'image de superflat montre souvent des formes circulaires sombres qui représentent le miroir primaire : ce sont les images sur le détecteur des poussières présentes sur le système optique.

Il est possible d'estimer la distance de ces poussières au détecteur, afin d'identifier la surface à nettoyer.

Mesurer le diametre de l'image du miroir en pixels d_{pix} provoqué par la poussière. Pour obtenir la distance physique par rapport au foyer (la CCD), on utilise :

$$d = d_{pix} \times p \times f \tag{8.20}$$

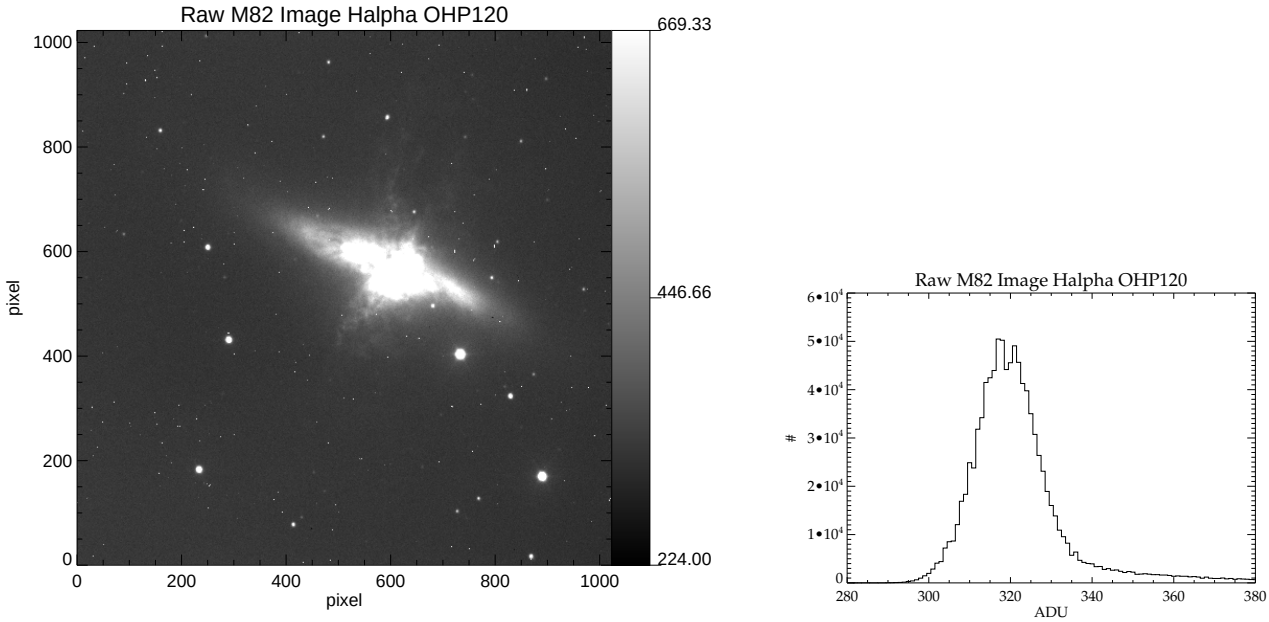


FIG. 8.2 – **Image CCD brute de M82 à l'OHP au 120.** A gauche : image des 900s d'intégration en H_α. A droite : histogramme de l'image ($\sigma = 348$ ADU). Pris le 14 décembre 2006 par les étudiants du Master 2 d'astrophysique d'IdF, groupe de Paris.

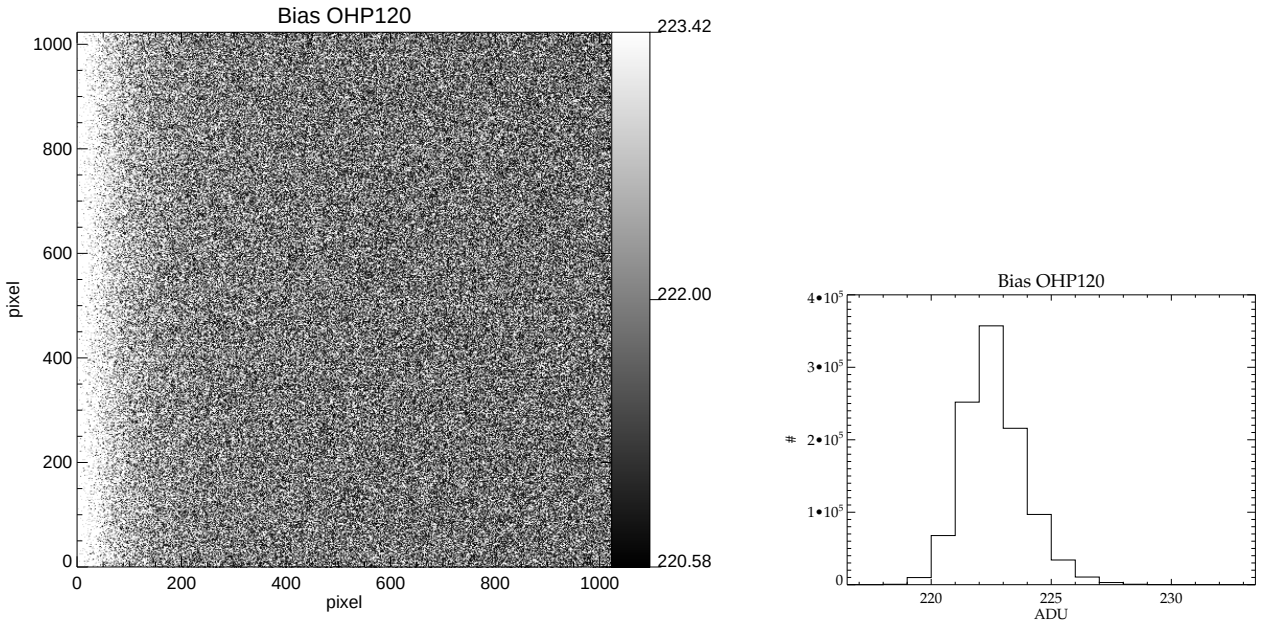


FIG. 8.3 – **Biais de la CCD de l'OHP au 120.** A gauche : image (0s d'intégration) crée avec 6 images. A droite : histogramme de l'image ($\sigma = 1.4$ ADU). Pris le 14 décembre 2006 par les étudiants du Master 2 d'astrophysique d'IdF, groupe de Paris.

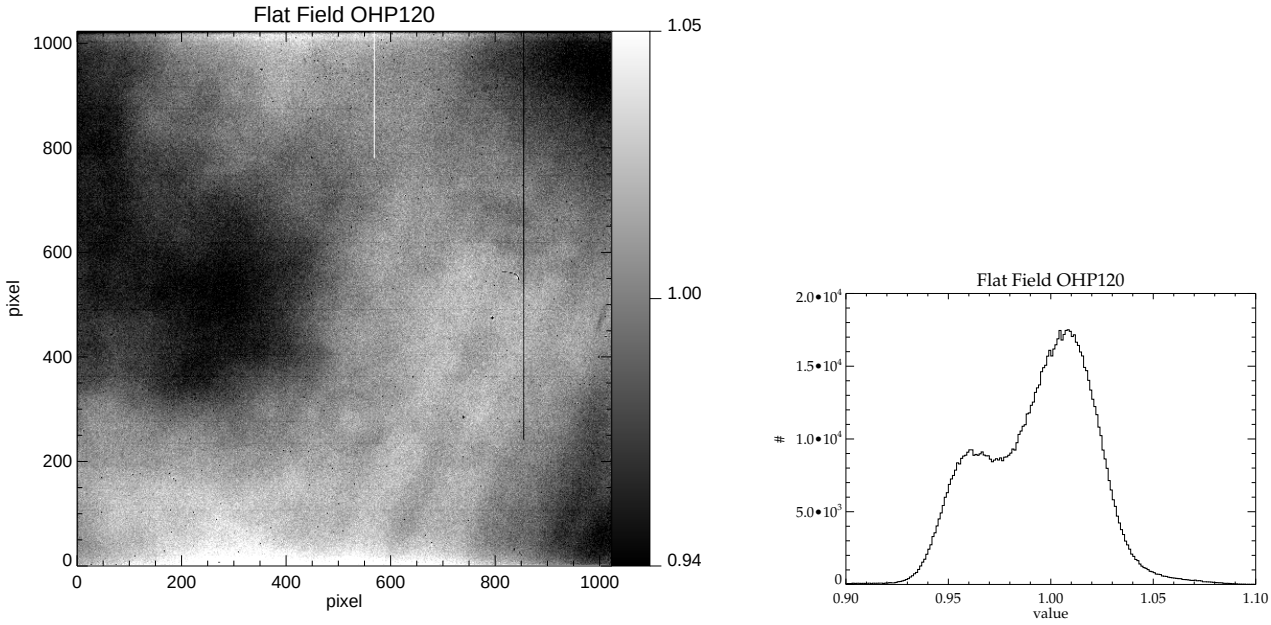


FIG. 8.4 – **Flat du filtre H_α avec la CCD de l'OHP au 120.** A gauche : image (15s d'intégration) crée à partir de 4 images. A droite : histogramme de l'image ($\sigma = 5.4\%$). Noter les valeurs centrées autour de 1 pour ne pas changer la photométrie. Noter la non-uniformité de l'illumination, l'image de taches de poussières défocalisées (ayant la forme du miroir primaire), et les colonnes endomagées du détecteur. Pris le 13 décembre 2006 par les étudiants du Master 2 d'astrophysique d'IdF, groupe de Paris ; traitement de l'auteur.

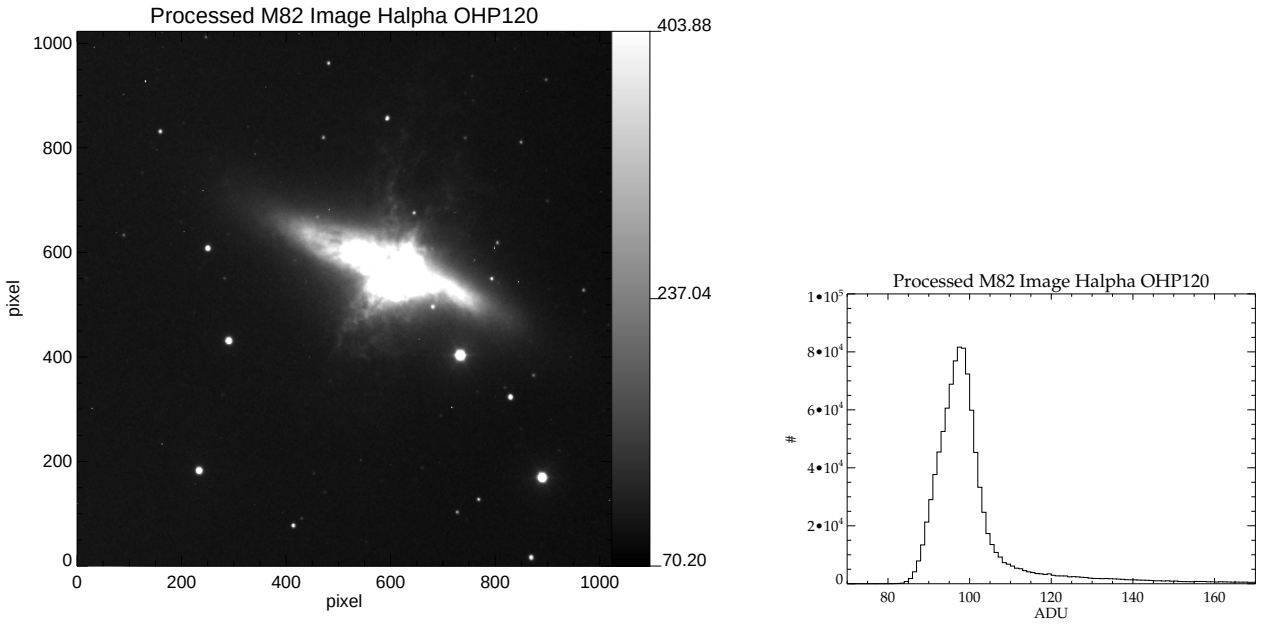


FIG. 8.5 – **Image CCD pré-traitée et traitée (filtrage médian) de M82 à l'OHP au 120.** A gauche : image des 900s d'intégration en H_α. A droite : histogramme de l'image ($\sigma = 305$ ADU). Noter le changement d'échelle et de dispersion par rapport à l'image brute. Pris le 14 décembre 2006 par les étudiants du Master 2 d'astrophysique d'IdF, groupe de Paris ; traitement de l'auteur.

Chapitre 9

Planification d'une observation

Contents

9.1 Démarche **83**
9.2 Champ de vue du détecteur **83**
9.3 Atmosphère et hauteur : airmass **84**
9.4 Choix de la cible dans les bases de données **84**
9.5 Choix des filtres et/ou de la résolution **85**
9.6 Rapport S/N **86**
9.7 Acquisitions **86**
9.8 Outil d'analyse rapide **86**

Cette section aborde les principaux aspects d'une observation **dans le domaine visible depuis le sol**. Nous n'aborderons pas les observations dans d'autres domaines de longueur d'onde ni depuis l'espace, pour lesquels d'autres contraintes spécifiques existent.

9.1 Démarche

La démarche consiste à résoudre une problématique scientifique, et l'on cherche donc à mesurer un signal en particulier pour confirmer ou infirmer les hypothèses, ou encore contraindre certains paramètres. Pour les étudiants de Master observant à l'OHP ou à Orsay, il ne s'agit pas de pointer le télescope et la camera pour la beauté du geste. On se doit donc de planifier les observations pour être efficace au télescope et assurer un retour scientifique maximal.

L'attribution de temps de télescope se fait sur la base de propositions rédigées par les chercheurs, et qui sont évaluées par un comité d'attribution. Les grands télescopes ont un facteur de pression typiquement de 4 à 10, i.e. il y a 4 à 10 fois plus de temps demandé que de temps disponible. Ces propositions comportent une partie scientifique qui explique la problématique scientifique, la necessité de nouvelles observations pour résoudre (au moins en partie) cette problématique, et décrit en détail les observations demandées. Une partie technique justifie le temps, l'instrument, le mode d'observation et le pointage demandés.

9.2 Champ de vue du détecteur

La taille angulaire de la cible doit être compatible avec le champ de vue du détecteur.

Utilisons l'approximation de l'optique géométrique pour calculer le champ de vue sur le ciel d'un pixel et d'un détecteur dans son ensemble au foyer d'un télescope. Rappellons que cette approximation géométrique n'est valable que pour de petites déflections des rayons lumineux.

L'angle α (en radians) que couvrira sur le ciel un pixel ou un détecteur de taille physique d à travers un télescope de longueur focale f est :

$$\boxed{\alpha \simeq \frac{d}{f}} \tag{9.1}$$

Evidemment, d et f doivent être exprimés dans la même unité, par exemple le mètre (alors que d est souvent exprimée en microns).

Pour obtenir α directement en secondes d'arc, la conversion fait intervenir le facteur 3600*57.29 (puisque $\frac{180}{\pi} \sim 57.29$) et la relation devient :

$$\frac{\alpha}{1"} \simeq 206264 \frac{d}{f} \tag{9.2}$$

Exemples :

- Télescope de 120 cm de l'OHP.
  $f = 7.2$ m, taille du pixel : 24 μm, caméra comportant 1024×1024 pixels.
  Chaque pixel aura un champ de vue de $0.69"$, et le détecteur couvrira $11.7' \times 11.7'$.
- Télescope de 80 cm de l'OHP.
  $f = 12.0$ m, taille du pixel : 13.5 μm, caméra comportant 2048×2048 pixels.
  Chaque pixel aura un champ de vue de $0.23"$, et le détecteur couvrira $7.9' \times 7.9'$.
- Télescope C14 de 35 cm à Orsay.
  $f = 3.91$ m, taille du pixel : 7.4 μm, caméra comportant 1600×1200 pixels.
  Chaque pixel aura un champ de vue de $0.39"$, et le détecteur couvrira $10.4' \times 7.8'$.

9.3 Atmosphère et hauteur : airmass

L'atmosphère perturbant fortement le signal astrophysique, il convient d'observer les cibles alors que la masse d'air traversée (*airmass* en anglais) est minimum.

Dans un modèle plan-parallèle simpliste (et valable proche du zénith seulement), l'airmass A est approximativement donnée en fonction de l'angle zénithal z ($z = 0$ au zénith et $z = 90°$ à l'horizon) par :

$$A = \sec z = \frac{1}{\cos z} \tag{9.3}$$

On évite systématiquement les objets pour lesquels l'airmass est supérieure à environ 2, ce qui donne un angle zénithal de $60°$, soit une hauteur de $30°$.

La table 9.1 tirée de Howell [2000] indique l'airmass en fonction de la hauteur et l'extinction (en magnitude) en fonction de la longueur d'onde d'observation : la diffusion Rayleigh est en effet sélective en longeur d'onde.

Les nuits et heures optimales (i.e. airmass minimum) pour observer une cible correspondent donc aux moments voisins du passage au méridien de la cible, i.e. quand le temps sidéral local avoisine l'ascension droite.

Noter que la hauteur d'un astre dépend de sa déclinaison, de la latitude du lieu d'observation, et du moment d'observation. Le temps sidéral local dépend lui de la longitude et du moment d'observation.

Lire par exemple Birney et al. [2006] (chapitres 1 et 2) pour les définitions relatives aux coordonnées célestes et aux temps astronomiques.

9.4 Choix de la cible dans les bases de données

Des bases de données astronomiques sont accessibles sur internet, et permettent de choisir les cibles en fonction de critères comme l'ascension droite, déclinaison, magnitude, taille angulaire. Ne

Table 5.1. *Example atmospheric extinction values (magnitudes)*

Altitude	Airmass	3000 Å	3500 Å	4000 Å	4500 Å	5000 Å	5500 Å	6000 Å	6500 Å	7000 Å	8000 Å	9000 Å	10000 Å
90	1.00	1.2	0.65	0.4	0.3	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
75	1.04	1.2	0.65	0.4	0.3	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
60	1.15	1.3	0.75	0.5	0.3	0.3	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1
45	1.41	1.6	0.9	0.6	0.4	0.3	0.3	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0.1
30	1.99	2.3	1.3	0.8	0.6	0.4	0.4	0.3	0.3	0.2	0.2	0.1	0.1
20	2.90	3.3	1.55	1.2	0.8	0.6	0.5	0.5	0.4	0.3	0.2	0.2	0.2
15	3.82	4.4	2.5	1.6	1.1	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.3	0.2
10	5.60	6.4	3.65	2.3	1.6	1.2	1.1	1.0	0.7	0.6	0.4	0.4	0.3
5	10.21	11.8	6.7	4.2	2.9	2.2	1.9	1.7	1.4	1.1	0.8	0.7	0.6

FIG. 9.1 – **Masse d'air et extinction (en magnitudes) selon la longueur d'onde, en fonction de la hauteur.** Table 5.1 de Howell [2000].

pas oublier de sélectionner des astres d'ascension droites et déclinaisons appropriées à l'époque et au site d'observation (cf ci-dessus).

Bases de données les plus utilisées :

- SIMBAD `http://simbad.u-strasbg.fr/`, ou directement la page de recherche : `http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/sim-fid`.
  Exemple de requête pour trouver les galaxies de magnitude R inférieure à 15, avec une ascensions droites comprise entre 8h et 10h (soit 120 à 150 degrés) et des déclinaisons positives : `ra > 120 & ra < 150 & dec > 0 & rmag < 15 & otype=G`
- NED `http://nedwww.ipac.caltech.edu/`
- HyperLEDA `http://leda.univ-lyon1.fr/`

Pour les images du ciel (cartes de champ) :

- DSS
  `http://archive.eso.org/dss/dss` en Europe ou
  `http://stdatu.stsci.edu/cgi-bin/dss_form` en Amérique du Nord.
- SDSS
  `http://www.sdss.org/`
  ou directement pour les recherches :
  `http://skyserver.sdss.org/`
- le catalogue (ancien) NGC, bien pratique :
  `http://www.ngcic.org/`

Autres catalogues :

- Supernovae récentes
  `http://www.rochesterastronomy.org/supernova.html`
- exoplanètes
  `http://exoplanet.eu/`
- IAU Minor Planet Center
  `http://cfa-www.harvard.edu/iau/mpc.html`

9.5 Choix des filtres et/ou de la résolution

En imagerie, plusieurs filtres sont disponibles ; en spectroscopie, plusieurs résolutions sont disponibles. Le choix des filtres et de la résolution est dicté par le but scientifique du programme.

Dans le cas de l'imagerie, la mesure de l'intensité d'un astre dans une raie spectrale nécessite de l'imager dans ladite raie mais aussi en dehors de la raie pour estimer la contamination de l'émission continue. Pour un astre au repos dont on voudrait mesurer l'intensité H_α, il faudra utiliser le filtre

interférenciel H_α ainsi que le filtre continu (de même largeur spectrale, sinon il faudra corriger de cette différence). Pour une galaxie redshiftée, la raie H_α sera décalée vers le rouge, par exemple dans le filtre continu ou SII : il faudra alors utiliser le filtre H_α comme continu. Voir l'annexe A pour les filtres à l'OHP et l'annexe **??** pour les filtres à Orsay.

Dans le cas de la spectroscopie, la résolution sera adaptée aux raies étudiées. Une basse résolution permet une grande couverture spectrale, et est idéale pour identifier des supernovae, des raies très larges (comme les PAH dans l'infrarouge), ou obtenir la forme du continu (permettant de distinguer les AGN des galaxies à flambée de formation d'étoile par exemple). Une haute résolution sur un petit domaine spectral est nécessaire pour mesurer des vitesses (radiales et/ou élargissement thermique), ou pour identifier certaines raies très fines.

9.6 Rapport S/N

Le rapport signal sur bruit (cf plus haut) doit être suffisant (i.e. au moins 10 si possible, 5 au pire). Ce rapport dépend principalement des propriétés du bruit du détecteur, du diamètre du télescope et de la stratégie d'observation (tout ces paramètres se résumant à la *sensibilité*), du temps d'intégration, et finalement de la magnitude de l'astre.

Le S/N dépend de l'airmass, on choisira donc un astre proche du méridien.

Lors des premières intégrations sur l'astre, il faut vérifier la dynamique du signal, afin d'optimiser le rapport S/N.

9.7 Acquisitions

Comme il a été détaillé en section 8, les images (ou spectres) à prendre sont :

- une dizaine de flats dans chaque configuration instrumentale (i.e. pour chaque filtre, binning, etc.). A faire en début de nuit au crépuscule de préférence, car en fin de nuit on est plutôt fatigué...
- une dizaine de biais en début de nuit, si la caméra refroidie a un courant d'obscurité très faible. Sinon, prendre une dizaine de darks fréquemment, d'un temps d'intégration équivalent aux poses scientifiques (ou renormaliser ensuite).
- une dizaine d'images de standards photométriques. Dans le cas de spectres, il faut prendre quelques spectres de référence (lampes d'étalonnage) pour étalonner les longeurs d'onde.
- au moins trois images de science, i.e. de l'astre étudié, pour chaque configuration instrumentale. Disposer d'au moins 3 images permet d'avoir de la redondance, ce qui facilite ensuite le filtrage ultérieur des cosmiques.

9.8 Outil d'analyse rapide

Il est nécessaire d'estimer très rapidement (i.e. pendant la nuit au télescope) la qualité des données tout juste acquises. En effet, si les données n'étaient pas de qualité suffisante, il faudrait immédiatement analyser l'origine du problème, le corriger, et lancer de nouvelles acquisitions, adéquates cette fois. Il serait en effet préjudiciable de revenir d'une session d'observation et de se rendre compte tardivement que les données sont inutilisables...

Il est donc impératif de disposer d'un *outil d'analyse rapide* permettant d'estimer le niveau de bruit sur les données, et de vérifier fréquemment pendant la nuit que le rapport signal sur bruit des données est conforme aux prédictions et suffisant pour l'analyse scientifique qui suivra. Cet outil d'analyse rapide sera souvent un programme écrit par l'observateur dans le langage de son choix et/ou un outil existant (e.g. MIDAS, iraf, IDL), préparé à l'avance et validé.

Quatrième partie

Analyse du signal astrophysique

Chapitre 10

Eléments de traitement du signal astrophysique

Contents

10.1 Notion de filtrage . . . 89
10.2 Types de filtres . . . 89
10.3 Filtrage dans l'espace direct . . . 89
10.3.1 Filtrages classiques passe-haut . . . 91
10.4 Filtrage dans l'espace des fréquences . . . 91
10.5 Filtrage espace-fréquence : les ondelettes . . . 91
10.6 Exemples d'utilisation . . . 91
10.7 Déconvolution . . . 91

SECTION EN COURS DE REDACTION

10.1 Notion de filtrage

spatial ou temporel (ou les deux)
filtre : normalisé car convolution
filtrage : isoler un motif.
il est important de bien définir le motif.

10.2 Types de filtres

passe-bas
passe-haut
passe-bande
dans l'espace du signal : classiques
dans l'espace des fréquences : TF
filtrages "temps-fréquence" : ondelettes et dérivées (curvelets, ridgelets)

10.3 Filtrage dans l'espace direct

Le filtrage consiste à convoluer le signal par un filtre, souvent appelé médaillon.

Le médaillon (appelé *kernel* en anglais) est une matrice carrée de taille impaire $2m+1, 2m+1$ (afin d'avoir un élément unique au centre). Le filtrage est alors obtenu en convoluant l'image par ce filtre.

Dans le cas d'un signal à une dimension, la procédure est identique : le médaillon est alors un vecteur de dimension $2m+1$, et le filtrage est obtenu par convolution avec le signal.

• **Filtre passe-bas**

Filtre moyenne 3×3

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix} \tag{10.1}$$

Filtre moyenne $n \times n$

$$\frac{1}{n^2} I_n = \frac{1}{n^2}\begin{bmatrix}1 & \cdots & 1\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 1 & \cdots & 1\end{bmatrix} \tag{10.2}$$

Filtre médian 3×3 : simplement la médiane glissante des 9 pixels voisins. C'est un filtre non-linéaire très utile.

Filtre gaussien $n \times n$ (avec n impair évidemment) : on définit la matrice (normée) des distances au pixel central $D_n = a_{ij}$. Le pixel central vaut 0.

$$D_n = \frac{1}{\sum_{i,j} a_{ij}}\begin{bmatrix}
\sqrt{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2+\left(\frac{n-1}{2}\right)^2} & \sqrt{\left(\frac{n-2}{2}\right)^2+\left(\frac{n-1}{2}\right)^2} & \cdots & \sqrt{\left(\frac{n-2}{2}\right)^2+\left(\frac{n-1}{2}\right)^2} & \sqrt{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2+\left(\frac{n-1}{2}\right)^2}\\
\sqrt{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2+\left(\frac{n-2}{2}\right)^2} & \sqrt{\left(\frac{n-2}{2}\right)^2+\left(\frac{n-2}{2}\right)^2} & \cdots & \sqrt{\left(\frac{n-2}{2}\right)^2+\left(\frac{n-2}{2}\right)^2} & \sqrt{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2+\left(\frac{n-2}{2}\right)^2}\\
\vdots & & \ddots & & \vdots\\
\sqrt{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2+\left(\frac{n-2}{2}\right)^2} & \sqrt{\left(\frac{n-2}{2}\right)^2+\left(\frac{n-2}{2}\right)^2} & \cdots & \sqrt{\left(\frac{n-2}{2}\right)^2+\left(\frac{n-2}{2}\right)^2} & \sqrt{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2+\left(\frac{n-2}{2}\right)^2}\\
\sqrt{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2+\left(\frac{n-1}{2}\right)^2} & \sqrt{\left(\frac{n-2}{2}\right)^2+\left(\frac{n-1}{2}\right)^2} & \cdots & \sqrt{\left(\frac{n-2}{2}\right)^2+\left(\frac{n-1}{2}\right)^2} & \sqrt{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2+\left(\frac{n-1}{2}\right)^2}
\end{bmatrix} \tag{10.3}$$

Exemple pour $n = 5$:

$$D_5 \simeq \frac{1}{46.86}\begin{bmatrix}\sqrt{8} & \sqrt{5} & 2 & \sqrt{5} & \sqrt{8}\\ \sqrt{3} & \sqrt{2} & 1 & \sqrt{2} & \sqrt{5}\\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2\\ \sqrt{5} & \sqrt{2} & 1 & \sqrt{2} & \sqrt{5}\\ \sqrt{8} & \sqrt{5} & 2 & \sqrt{5} & \sqrt{8}\end{bmatrix} \tag{10.4}$$

Le filtre gaussien d'écart-type σ (ne pas confondre avec la largeur à mi-hauteur, erreur classique, voir équation 4.19 et figure 4.1) vaut alors :

$$G = \frac{1}{norm} e^{-D_n^2/2\sigma^2} \tag{10.5}$$

où $norm$ vaut simplement $\sum_{i,j} e^{-D_n^2/2\sigma^2}$, de sorte que la somme de tous les éléments de G vale bien 1.

• **Filtre passe-haut**

Sans direction privilégiée

Filtre Laplacien 3×3

$$\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\\ -1 & 4 & -1\\ 0 & -1 & 0\end{bmatrix} \tag{10.6}$$

Filtres directionnels

Filtre Gradient (droite-gauche) 3×3

$$\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{10.7}$$

Filtre Gradient (haut-bas) 3×3

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{10.8}$$

10.3.1 Filtrages classiques passe-haut

Les filtrages classiques passe-haut sont la différence entre le signal et le signal filtré par un filtre passe-bas.

- **Filtrage médian**
  signal filtré = signal - (filtre médian du signal)

- **Filtrage flou**
  signal filtré = signal - (filtre gaussien du signal)

10.4 Filtrage dans l'espace des fréquences

TF

10.5 Filtrage espace-fréquence : les ondelettes

ondelettes

10.6 Exemples d'utilisation

redondance : filtrage médian

10.7 Déconvolution

Chapitre 11

Notions de photométrie

Contents

11.1 Luminosité **93**
11.2 Densité de flux **93**
11.3 Magnitude apparente **94**
11.4 Systèmes de magnitudes **95**
11.4.1 Magnitude Vega 95
11.4.2 Magnitude AB : la plus pratique 95
11.5 Indice de couleur ou couleur **95**
11.6 Magnitude absolue **96**
11.7 Brillance de surface **96**
11.8 Etalonnage photométrique **97**
11.9 Filtres photométriques **97**
11.10 Photométrie d'ouverture **97**
11.11 Photométrie par ajustement de PSF **98**
11.12 Autres types de photométrie **98**
11.13 Effets cosmologiques **99**

La photométrie est la mesure de l'énergie transportée par une onde éléctromagnétique. Ce terme, à l'origine dédié au rayonnement visible, s'applique en fait à toutes les longueurs d'ondes ; on parle parfois de radiométrie dans le cas général. Dans cette section, nous nous intéressons aux aspects quantitatifs de la mesure de l'énergie lumineuse.

11.1 Luminosité

Soit L la *luminosité totale* d'un astre, exprimée en Watts, et L_ν la *luminosité monochromatique* à la fréquence ν, exprimée en W/Hz. Les deux quantités sont reliées par :

$$L = \int_0^{+\infty} L_\nu d\nu \tag{11.1}$$

On appelle parfois L la *luminosité bolométrique*, pour signifier qu'elle prend en compte l'émission sur la totalité du spectre électromagnétique.

11.2 Densité de flux

Supposons[1] cet astre situé à une distance r (en mètres) de l'observateur, et que son émission est isotrope (invariante par rotation). La *densité de flux* S_ν reçue par l'observateur à la fréquence observée

[1] On négligera dans cette introduction les aspects cosmologiques (distance de luminosité, paramètres cosmologiques) qui interviennent entre autres sur les distances : on considère pour la simplicité de la discussion un univers euclidien.

ν, exprimée en W m^{-2} Hz^{-1} sera :

$$S_\nu = \frac{L_\nu}{4\pi r^2} \tag{11.2}$$

L'unité de densité de flux naturelle est donc le W m^{-2} Hz^{-1}. Watt parce qu'il s'agit d'une puissance ; par mètre carré pour corriger de la dilution du flux sur la sphère ; par Hertz parce que l'on observe dans une bande spectrale donnée. Les astrophysiciens utilisent aussi comme unité le Jansky (Jy), surtout dans le domaine des grandes longueurs d'ondes (infrarouge, submillimétrique et radio) :

$$1\,\mathrm{Jy} = 10^{-26}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,Hz^{-1}} = 10^{-23}\,\mathrm{erg/s\,cm^{-2}\,Hz^{-1}} \tag{11.3}$$

La densité de flux est aussi appelée par usage simplement *flux*. Il faut bien garder à l'esprit la dimension de cette quantité.

L'unité la plus utilisée en astrophysique pour les luminosités est la luminosité solaire $L_\odot$

$$L_\odot \equiv 3.90 \times 10^{26}\mathrm{W} \tag{11.4}$$

11.3 Magnitude apparente

Une autre système très utilisé existe pour mesurer le flux des astres : la magnitude apparente. C'est une échelle logarithmique. Soit $F_{0,\nu}$ la densité de flux d'un astre de référence à la fréquence observée ν. La magnitude m de l'astre observé de flux F_ν à la fréquence ν sera :

$$m_\nu = -2.5 \log \frac{F_\nu}{F_{0,\nu}} \tag{11.5}$$

ou réciproquement :

$$\frac{F_\nu}{F_{0,\nu}} = 10^{-0.4 m_\nu} \tag{11.6}$$

On voit que la magnitude dépend de la fréquence d'observation et de l'astre de référence, et que c'est une échelle logarithmique du flux. Par ailleurs, les astres faibles auront une magnitude supérieure aux astres brillants, à cause du facteur -2.5.

Deux astres séparés d'une magnitude auront des flux différents d'un facteur 2.5. Soustraire des magnitudes revient à diviser des flux. La différence des magnitudes de deux astres, de magnitudes respectives $m_{1,\nu}$ et $m_{2,\nu}$ est :

$$\boxed{m_{1,\nu} - m_{2,\nu} = -2.5 \log \frac{F_{1,\nu}}{F_{2,\nu}}} \tag{11.7}$$

ou réciproquement :

$$\boxed{\frac{F_{1,\nu}}{F_{2,\nu}} = 10^{-0.4(m_{1,\nu} - m_{2,\nu})}} \tag{11.8}$$

En comparant les expressions 11.5 et 11.7, on remarque que les astres de référence ont une magnitude 0 à toutes les fréquences. C'est une question de convention.

Exemples dans le domaine visible (système de magnitudes Vega) : le Soleil à une magnitude apparente d'environ -27 ; la Pleine Lune d'environ -12 ; Vénus à son éclat maximum environ -4.8 ; l'étoile Sirius (la plus brillante du ciel) -1.5 ; l'étoile Vega : 0 ; l'étoile la plus faible visible à l'oeil nu dans un ciel pur sans pollution lumineuse : 6 ; Astres les plus faibles observées à ce jour : environ 31. Ces astres ont donc (équation 11.8) un flux $10^{-0.4(6-31)} = 10^{10}$ fois plus faible que les étoiles visibles à l'oeil nu.

L'incertitude sur la magnitude δm est reliée à l'incertitude sur le logarithme néperien du flux $\delta \ln F$ par

$$\delta \ln F = 0.92103 \delta m \tag{11.9}$$

Dans un calcul, on passe de l'une à l'autre avec les différentielles suivantes :

$$\frac{d}{d\ln F} = 1.08574 \frac{d}{dm} \tag{11.10}$$

puisque $1.08574 = \frac{2.5}{\ln 10}$. Ces facteurs "étranges" proviennent du fait que la magnitude est définie avec le logarithme de base 10, alors que le calcul différentiel fait intervenir le logarithme néperien. Oublier ce fait peut engendrer une erreur d'environ 8% sur la photométrie.

11.4 Systèmes de magnitudes

La magnitude, rapport de deux flux, est définie par rapport au flux $F_{0,\nu}$ d'un astre de référence. Le *système de magnitude* est l'ensemble des valeurs de $F_{0,\nu}$ pour toutes les fréquences ν correspondant aux filtres photométriques, autrement dit son spectre.

11.4.1 Magnitude Vega

Le système de magnitude Vega prend comme référence le spectre de l'étoile Vega. Par définition, la magnitude de Vega dans ce système est 0 dans tous les filtres (en fait : toutes les couleurs sont nulles, voir ci-dessous). Ce système de magnitude, ancien et très utilisé (c'est le système par défaut), a l'inconvénient de ne pas rendre aisée la comparaison des flux à plusieurs longueurs d'ondes, puisque le spectre de Vega (partie Rayleigh-Jeans) décroit dans le visible (après le bleu) et infrarouge. Par exemple, une source de magnitude dans le bleu $m_B = 12$ et dans le rouge $m_R = 11.4$ a finalement le même flux...

11.4.2 Magnitude AB : la plus pratique

La magnitude AB fait intervenir comme référence un astre hypothétique de *densité de flux constante* sur le spectre éléctromagnétique. C'est très pratique puisque la magnitude AB suit la densité de flux des objets étudiés à différentes longueurs d'ondes. Une couleur nulle en AB (i.e. $m_{AB}(\nu 1) - m_{AB}(\nu 2)$) signifie un flux identique aux deux longeurs d'ondes considérées.

La définition de la magnitude AB m_{AB} est Oke & Gunn [1983] :

$$m_{AB} = -2.5 \log \frac{S_\nu}{1\,\mathrm{erg/s\,cm^{-2}\,Hz^{-1}}} - 48.57 \tag{11.11}$$

Nous utiliserons surtout la définition suivante, qui fait intervenir S_ν en Jy :

$$\boxed{m_{AB} = -2.5 \log \frac{S_\nu}{3631\mathrm{Jy}}} \tag{11.12}$$

D'òu vient cette valeur étrange de 3631 Jy ? La valeur de référence $S_{refJy} = 3631$ Jy est la solution de l'équation $m_{AB} = 0.03$ i.e., sachant que Véga a une magnitude de +0.03 dans ce système Oke & Gunn [1983] : $48.57 + 0.03 = -2.5 \log \frac{S_{refJy}\,\mathrm{Jy}}{1\,\mathrm{erg/s\,cm^{-2}\,Hz^{-1}}} = -2.5 \log \frac{S_{refJy}\,\mathrm{Jy}}{1\,\mathrm{Jy}} + 2.5 * 23$, soit finalement $\log \frac{S_{refJy}\,\mathrm{Jy}}{1\,\mathrm{Jy}} = 3.56$ soit $S_{refJy} = 3631$Jy.

11.5 Indice de couleur ou couleur

L'indice de couleur, ou plus simplement *couleur* d'un astre, est la différence de magnitudes prises à deux longueurs d'ondes croissantes. Par exemple : la couleur B-V est $m_B - m_V$, ou V-R est $m_V - m_R$. La couleur donne une idée du spectre de l'astre : une couleur AB positive indique un flux plus important dans le premier filtre, négative dans le second. Si le rayonnement est celui d'un corps noir, une couleur positive est obtenue par un astre plus chaud qu'un astre ayant une couleur négative ; on utilise parfois la terminologie "plus bleu" ou "plus rouge", respectivement. Voir par exemple Acker [2005] pour plus de détails.

11.6 Magnitude absolue

On appelle *magnitude absolue*, notée M_ν, la magnitude apparente (à une certaine longueur d'onde) qu'auraient les astres si on les placait à une distance de 10 parsecs. C'est une manière conventionnelle de caractériser la luminosité (équation 11.1) des astres pour les comparer entre eux. Le flux d'un astre étant inversement proportionnel à sa distance au carré (équation 11.2), on a par définition (avec les distances exprimées en pc ici) :

$$M_\nu - m = -2.5 \log \frac{D_{pc}^2}{(10)^2} = 5 - 5 \log D_{pc} \tag{11.13}$$

On utilise par exemple dans la littérature les magnitude absolue M_B, M_V, M_K, respectivement dans le bleu, le vert, le rouge, et en bande K dans l'infrarouge proche. Il est possible d'utiliser toute autre longueur d'onde.

Noter que pour les planètes et les corps du Système Solaire, la magnitude absolue est définie différemment (et notée H) : la distance de référence est d'une unité astronomique du Soleil ET de la Terre.

La magnitude absolue M_ν est reliée à la luminosité L_ν (exprimée en luminosités solaires $L_\odot$) par

$$\frac{L_\nu}{L_\odot} = 10^{-0.4(M - M_{b\odot})} \tag{11.14}$$

où $M_{b\odot}$ est la magitude absolue du Soleil à la fréquence ν.

Si on s'intéresse à la luminosité bolométrique (i.e. intégrée sur tout le spectre) L d'un astre, elle est reliée à sa magnitude absolue bolométrique M par

$$\frac{L}{L_\odot} = 10^{-0.4(M - 4.72)} \tag{11.15}$$

puisque la magnitude absolue bolométrique du Soleil est 4.72 [Lang, 1997].

On appelle *module de distance* μ_0 (ou *distance modulus* en anglais) la quantité $m - M$:

$$\mu_0 = m - M = 5 \log D_{pc} - 5 \tag{11.16}$$

Ce module de distance est par exemple utilisé pour construire le diagramme de Hubble des supernovae lointaines dans le but de contraindre le paramètre cosmologique Ω_Λ (voir cours de cosmologie).

Dans toutes les définitions établies dans ce paragraphe, nous avons implicitement fait l'hypothèse que le spectre des sources étudiées était constant (en νf_ν) de sorte que les effets de redshifts n'introduisent pas de changement de luminosité à la fréquence observée. La réalité est autre, évidemment. Nous y reviendrons plus bas.

11.7 Brillance de surface

La densité de flux fait intervenir la surface du détecteur. Si l'on change sa taille ou l'échelle du détecteur (pixels), le flux de la source ne changera pas, mais le flux par pixel risque de changer. Pour éviter cela, et pour étudier les émissions diffuses, i.e. ayant de grandes extensions angulaires, on définit un flux par unité d'angle solide, qu'on appelle *brillance de surface*, exprimée en Jy/sr (Jansky par stéradian), magnitude par seconde d'arc carrée, ou autre unité équivalente.

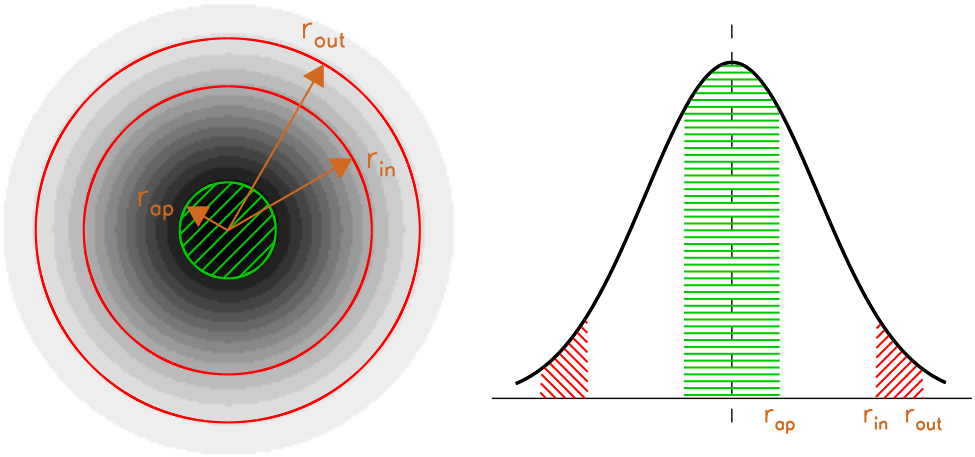


FIG. 11.1 – **Illustration du principe de photométrie d'ouverture** : à gauche en vue de dessus ; à droite en coupe (profil). Le profil de la source ponctuelle (PSF) est représenté en niveaux de gris à gauche (noir : intense ; blanc : faible) et en trait plein noir à droite. Le cercle de rayon r_{ap} représente l'ouverture dans laquelle on intègre le flux. L'anneau délimité par les rayons r_{in} et r_{out} sert à estimer le fond. Figure II.3 de la thèse de Bavouzet [2008], avec l'aimable autorisation de l'auteur.

11.8 Etalonnage photométrique

L'étalonnage des flux est le plus souvent différentiel, i.e. le flux mesuré est comparé au signal d'astres de références. Ainsi, des étoiles dites "standard" existent. Elles ont été observées de nombreuses fois et sont considérées comme des standards. Des travaux, comme Landolt [1992] ou Oja [1996], les repertorient. La page web de Paul Smith à Tucson, AZ, recense ces standards dans la bande équatoriale (visible sur toute la planète) par tranche d'ascension droite :

`http://james.as.arizona.edu/~psmith/tableA.html`

Pour les déclinaisons positives, se référer à la table 3 de Oja [1996].

L'étalonnage photométrique consiste, lors de chaque observation, à mesurer le flux d'un ou plusieurs standards dans les bandes spectrales d'intérêt, et d'appliquer le facteur correctif (parfois appelé *zero point*) qui convient pour retrouver les valeurs standards. On applique ensuite ce facteur sur la photométrie des astres à mesurer.

11.9 Filtres photométriques

Les flux sont définis à travers des filtres centrés sur des longueurs d'onde λ_0 de largeurs relatives $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$. La table 11.1 résume les principaux filtres visibles et infrarouges. Noter que les filtres de chaque instrument sont différents. Le système de filtres du CFHT par exempel diffère de celui du SDSS. Les corrections photométriques doivent être faites pour converger vers un même système standard.

D'autres filtres, non indiqués dans la table, existent et sont spécifiques à des instrument très utilisés, par exemple le télescope spatial infrarouge Spitzer et ses deux imageurs IRAC et MIPS Fazio et al. [2004]; Rieke et al. [2004]; Werner et al. [2004], avec des filtres à 3.6, 4.5, 5.8, 8.0, 24, 70 et 160 μm, ou encore le Hubble Space Telescope.

11.10 Photométrie d'ouverture

La photométrie d'ouverture consiste à sommer tout le signal d'une image dans une ouverture définie. Cette ouverture doit avoir une forme et une taille en relation avec la PSF du système, c'est pourquoi l'ouverture est souvent un cercle d'un rayon de l'ordre de la FWHM de la PSF (on utilise

souvent : diamètre = 2.5 fois la FWHM). Parfois, l'ouverture est plus large ou de forme plus complexe, par exemple quand on veut estimer le flux totale d'une galaxie résolue et de grande taille sur l'image.

Avec cette somme, on a accès au flux total dans l'ouverture considérée. La technique consiste à positionner cette ouverture sur la position de la source à mesurer. Cependant, le flux mesuré ainsi est la somme du fond et de la source. Il convient donc d'estimer le fond (supposé essentiellement plat aux échelles spatiales considérées : il faut le vérifier) en sommant le flux de l'image en dehors de la source : le plus souvent dans un anneau de rayon intérieur supérieur à 2 ou 3 FWHM (pour ne pas être contaminé par la source) et de largeur variable selon le cas. La figure 11.1 schématise cette configuration : les pixels (pas nécessairement carrés) sont représentés en pointillés, et la source en cercle noir. La rayon d'ouverture est le cercle en trait plein, alors que l'anneau dans lequel on estime le niveau du fond est représentés en tirêts. Le flux de la source est alors le flux dans l'ouverture centrale, moins le flux dans l'anneau, convenablement normalisé au nombre de pixels de l'ouverture centrale. (pour les détails des formules, voir par exemple Dole [2000] pages 97-98, ou encore Bavouzet [2008] section II.2.1).

Il faut ensuite corriger du flux perdu dans l'ouverture, pusique celle-ci ne couvre pas létendue de la PSF. Il faut donc appliquer une *correction d'ouverture*. Sa valeur est obtenue en calculant la courbe de croissance de la PSF, i.e. en intégrant le profil de la PSF radialement, et en normalisant à 1 pour un rayon infini. Pour une ouverture de rayon r donnant 0.6 dans la courbe de croissance, la correction d'ouverture sera $1./0.6$.

Avantages de la photométrie d'ouverture : très simple à mettre en oeuvre et à valider. Inconvénients : la méthode est sensible aux sources voisines proches (dans l'anneau d'estimation du flux) ; cette méthode ne fonctionne donc que pour des sources plutôt isolées.

11.11 Photométrie par ajustement de PSF

La photométrie par ajustement de PSF (ou *PSF fitting* en anglais) est bien plus précise que la photométrie d'ouverture dans les images dominées par la confusion, i.e. quand de nombreuses sources ponctuelles sont rapprochées. Cette méthode ne fonctionne que sur des sources ponctuelles.

Le PSF fitting ajuste trois grandeurs : le niveau du fond (*background*), le flux de la source, et sa position. La PSF étant donnée par les caractéristiques du télescope, la forme de chaque source ponctuelle ne changera quasiment pas (dans certains cas on peut utiliser des PSF variables à cause des distorsions optiques aux bords des détecteurs).

La difficulté est d'obtenir une bonne estimation de la PSF. Le plus souvent on utilise une dizaine de sources très brillantes dans les données pour fabriquer cette "PSF expérimentale".

La plupart des logiciels de photométrie proposent cette méthode de fabriquation de la PSF expérimentale et de PSF fitting. Elle est cependant assez délicate à maitriser.

11.12 Autres types de photométrie

Il existe d'autres méthodes de photométrie, dont le caractère commun est de définir une zone dans laquelle l'image est intégrée pour obtenir le flux total. Ce genre de méthode s'applique aux sources étendues, comme les galaxies proches et résolues.

Parmi ces méthodes pour définir les zones, citons :

- éllipsoïde : la zone de photométrie d'ouverture est une ellipse, afin d'ajuster le profil radial de la galaxie.
- par profil isophotal : la zone est définie comme étant plus brillante qu'une certaine brillance de surface, exprimée en magnitude par seconde d'arc au carré.
- ouverture circulaire automatique : la zone de photométrie d'ouverture circulaire est automatiquement ajustée á l'objet. Cette technique est parfois appelée Kron, du nom de l'auteur qui l'a développée en premier Kron [1980].

On pourra lire à profit la documentation d'E. Bertin du logiciel d'extraction de source et de photométrie SExtractor (cf `http://terapix.iap.fr`) Bertin & Arnouts [1996], qui implémente ces méthodes.

11.13 Effets cosmologiques

Dans un univers en expansion, les galaxies lointaines sont observées avec un décalage vers le rouge (*redshift*), noté z, qui est la manifestation de l'effet Doppler-Fizeau le long de la ligne de visée (autrement dit l'expansion entre l'émission et la reception du signal lumineux ; cf cours de cosmologie). Si un photon est émis par la galaxie avec une longueur d'onde associée λ_{emis} (et fréquence ν_{emis}), il sera observé à la longueur d'onde λ_{obs} (et fréquence ν_{obs})

$$z \equiv \frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{emis}} - 1 \equiv \frac{\nu_{emis}}{\nu_{obs}} - 1 \tag{11.17}$$

Ainsi le redshift z est nul lorsque les deux longueurs d'ondes sont identiques. z croît à mesure que la longueur d'onde observée croît (i.e. se décale vers le rouge du fait de l'éloignement). z n'est pas borné et peut tendre vers l'infini.

Dans les cas de distorsions gravitationnelles (e.g. au voisinage de trous noirs ou d'autres grands puits de potentiels comme les halos de matière noire), la lumière peut subir un *redshift* (éloignement sur la ligne de visée) mais aussi un *blueshift* (décalage vers le bleu du fait du rapprochement sur la ligne de visée) ; dans ce dernier cas, z est négatif.

Ainsi, la longueur d'onde observée n'est pas forcément la longueur d'onde émise. Laquelle choisir ? La convention stipule que, en l'abscence de qualificatif, les magnitudes, flux, luminosités et grandeurs utilisent la longueur d'onde et la fréquence **observées**. Pour utiliser la longueur d'onde et la fréquence d'émission, on utilise le qualificatif **au repos** (*rest-frame* en anglais). Ainsi la magnitude dans le rouge m_R ou la densité de flux à 24 μm S_{24} correspondent-elles aux observables.

Si on mesure un flux à 24 μm de $S_{24} = 1$mJy d'une galaxie située à un redshift $z = 2$, on estime en fait son émission au repos à la longueur d'onde $\frac{24\ \mu m}{1+z} = 8\ \mu m$.

TAB. 11.1 – Bandes photométriques standard dans le visible et l'infrarouge. λ_0 est la longueur d'onde centrale, $\Delta\lambda/\lambda_0$ est la largeur à mi-hauteur relative du filtre, $F_{0,\nu}$ est le flux de référence en Jy dans la bande photométrique considérée, donnée pour le système de magnitude Vega et AB. Les références sont 1=Bessell et al. [1998] et Johnson [1965], 2=Campins et al. [1985], 3=Schneider et al. [1983], 4=Rieke et al. [1985], 5=Gunn et al. [1998], 6=Rieke et al. [2008], 7=Reach et al. [2005], 8=Engelbracht et al. [2007], 9=Gordon et al. [2007],10=Stansberry et al. [2007]. Voir aussi Glass [1999] et Léna et al. [2008].

filtre nom	λ_0 μm	$\Delta\lambda/\lambda_0$	$F_{0,\nu}$ Jy (Vega)	$F_{0,\nu}$ Jy (AB)	ref
u'	0.35	0.06	-	3631	(5)
U	0.36	0.15	1790	3631	(1)
B	0.44	0.22	4063	3631	(1)
g'	0.48	0.14	-	3631	(5)
g	0.52	0.14	3730	3631	(3)
V	0.55	0.16	3636	3631	(1)
r'	0.62	0.14	-	3631	(5)
R	0.64	0.23	3064	3631	(1)
r	0.67	0.14	-	3631	(3)
i'	0.77	0.15	-	3631	(5)
I	0.79	0.19	2416	3631	(1)
i	0.79	0.16	-	3631	(3)
z	0.91	0.13	-	3631	(3)
z'	0.91	0.12	-	3631	(5)
J	1.24	0.16	1623	3631	(6)
H	1.65	0.25	1075	3631	(6)
Ks	2.16	0.26	676	3631	(6)
K	2.22	0.23	647	3631	(6)
L	3.45	0.27	285	3631	(1)
IRAC 3.6	3.6	0.21	281	3631	(7)
IRAC 4.5	4.5	0.22	180	3631	(7)
M	4.80	0.12	170	3631	(2)
IRAC 5.8	5.8	0.25	115	3631	(7)
IRAC 8.0	8.0	0.37	64	3631	(7)
N	10.6	0.49	35	3631	(6)
Q	21.0	0.38	9.4	3631	(4)
MIPS 24	23.7	0.20	7.17	3631	(8)
MIPS 70	71.4	0.27	0.78	3631	(9)
MIPS 160	155.9	0.22	0.16	3631	(10)

Chapitre 12

Visualisation des résultats

Contents

12.1 Philosophie 101
12.2 Conseils de base 101
12.3 Echelles 101
12.4 Barres d'erreur 102
12.5 La couleur à partir de trois images 102
12.5.1 Avec ds9 : un premier regard 102
12.5.2 Avec IDL 102
12.5.3 Avec Stiff 102

Si le traitement permet d'extraire une information scientifique utile pour comprendre un phénomène physique, il est parfois utile de visualiser cette information de manière simple et claire, en un mot : pédagogique. Cet aspect permet de mettre en valeur un résultat scientifique tout en facilitant sa communication auprès des pairs et/ou d'un plus large public. Une visualisation claire des résultats revêt donc une certaine importance.

12.1 Philosophie

- que veut-on montrer exactement ?
- à qui s'adresse ce résultat ?
- rester simple : une idée par graphe. Un graphe ou une image ne pourra pas tout montrer. Il faut donc rester simple pour ne montrer qu'un point ou une idée seulement.

12.2 Conseils de base

- titre sur chaque axe, avec unités intelligibles
- titre de chaque graphe ou image
- dans le graphe : légende explicite des symboles utilisés sur le graphe, à répeter avec des phrases dans le texte de la légende
- prendre (en partie) exemple avec les figures de ce document.

12.3 Echelles

- en niveau de gris/couleur pour une image
- en graduation pour les spectres et autres graphes

12.4 Barres d'erreur

- A indiquer absolument ; indiquer sa nature et les contributions à celle-ci
- soit sur chaque point dans le graphe
- soit la décrire en légende si elle est trop petite

12.5 La couleur à partir de trois images

Visualiser les données en 3 couleurs à partir de 3 images prises dans des filtres différents est souvent instructif pour avoir rapidement une idée des processus d'émission des astres (cf page de couverture de ce document). C'est en outre un moyen pédagogique et estétique de présenter des résultats scientifiques.

12.5.1 Avec ds9 : un premier regard

La commande en ligne suivante permet de faire une image composite rapidement pour avoir une première idée :

```
ds9 -rgb -red file_red.fits -green file_green.fits -blue file_blue.fits&
```

12.5.2 Avec IDL

De nombreuses routines IDL existent. Une des plus performantes a été développée pour le SDSS, puisque les astres brillants gardent leur couleur. L'algorithme est décrit dans Lupton et al. [2004], et le code IDL est téléchargeable sur la page de David Hogg :

`http://astro.physics.nyu.edu/hogg/visualization/`

Noter que les images couleurs de l'OHP sur la page suivante ont été créées avec ce code :

`http://www.ias.u-psud.fr/pperso/hdole/amateurastro/200612OHPM2/`

12.5.3 Avec Stiff

Stiff, l'outil de TERAPIX écrit par Emmanuel Bertin, est pratique et puissant. Convertissant trois fichiers fits en un fichier tiff, il utilise aussi l'algorithme Lupton et al. [2004] est téléchargeable depuis le site TERAPIX :

`http://terapix.iap.fr/rubrique.php?id_rubrique=178`

Utilisation rapide : `stiff file_red.fits file_green.fits file_blue.fits`

Stiff crée alors un fichier stiff.tiff.

Chapitre 13

Exemples d'analyse du signal en astrophysique et cosmologie

Contents

13.1 Exemples de spectre de puissance en astrophysique et cosmologie 103
13.1.1 Cosmologie : fond diffus cosmologique 103
13.1.2 Cosmologie : distribution de matière 106
13.1.3 Physique du milieu interstellaire : structuration et turbulence 106
13.1.4 Physique solaire et stellaire : oscillations des étoiles 107

13.1 Exemples de spectre de puissance en astrophysique et cosmologie

Nous présentons dans cette section quelques applications en astrophysique et cosmologie de la notion de spectre de puissance. Le premier exemple concerne le fond diffus cosmologique, le second la distribution de matière dans l'Univers, le troisième la physique stellaire. L'interprétation est juste esquissée ici (cf cours de cosmologie et physique stellaire, respectivement, pour les détails).

13.1.1 Cosmologie : fond diffus cosmologique

• Soit T la température moyenne sur le ciel, et $T(\theta, \phi)$ la température dans une direction spécifique. On observe sur le ciel des anisotropies de température :

$$\frac{T(\theta,\phi) - T}{T} \equiv \frac{\Delta T}{T}(\theta,\phi) \tag{13.1}$$

On projette les anisotropies de température observées sur la base des harmoniques sphériques :

$$\frac{\Delta T}{T}(\theta,\phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{m=+l} a_{lm} Y_{lm}(\theta,\phi) \tag{13.2}$$

avec la relation d'orthonormalisation des Y_{lm} :

$$\int_{4\pi} Y^*_{lm} Y_{lm} d\Omega = \delta_{ll'}\delta_{mm'} \tag{13.3}$$

Si on reprend l'Eq. 13.2, que l'on multiplie par Y^*_{lm} et que l'on intègre sur tout les angles solides avec l'Eq. 13.3, on obtient l'expression des a_{lm} :

$$a_{lm} = \int_{4\pi} \frac{\Delta T}{T}(\theta,\phi) Y^*_{lm}(\theta,\phi) d\Omega \tag{13.4}$$

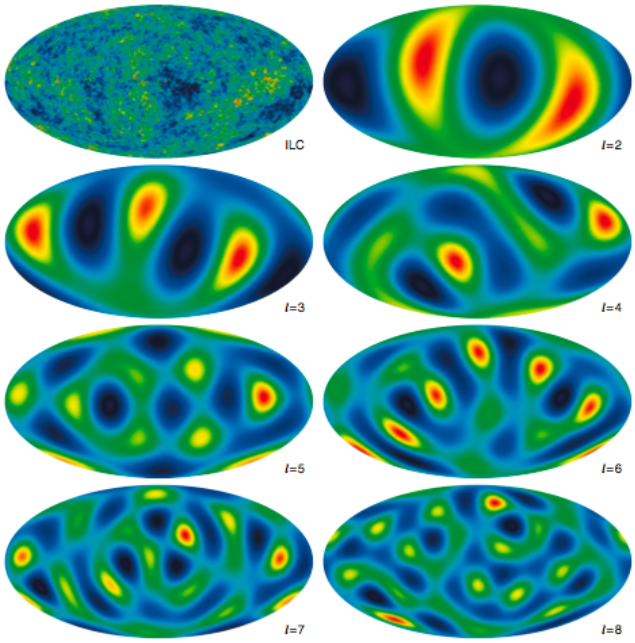


FIG. 13.1 – **Carte du ciel des anisotropies de température du CMB observées par WMAP** (données 3 ans). En haut à gauche : tous les l ; ensuite, pour les 8 premiers l. Figure 14 de Hinshaw et al. [2006].

Les a_{lm} contiennent donc toute l'information relative aux fluctuations de température. Si les a_{lm} sont gaussiens, le spectre de puissance contient toute l'information statistique sur le signal. De même que pour les fluctuations de densité et le $P(k)$, on s'intéresse au spectre de puissance des fluctuations de température, i.e. la distribution par mode, moyenne sur un grand ensemble de réalisations. On va donc s'interesser à la quantité $< a^*_{lm} a_{l'm'} >$. La relation d'orthogonalité des Y_{lm} (Eq. 13.3) impose que :

$$< a^*_{lm} a_{l'm'} > \propto \delta_{ll'} \delta_{mm'} \tag{13.5}$$

Cette quantité $< a^*_{lm} a_{l'm'} >$ n'est cependant pas utilisable en l'état. La moyenne $< . >$ suppose plusieurs réalisations d'univers, ce qui n'est pas observable. En effet, les modèles ne peuvent pas prédire quel endroit précis de l'Univers se trouvera dans un contraste de densité donné ; ils peuvent en revanche prédire la distribution statistique du contraste, moyennée sur plusieurs réalisations.

Il faut donc construire un **estimateur du spectre de puissance** C_l, en remplacant la moyenne sur les réalisations par une moyenne sur les directions d'observation, et donc sur les m (hypothèse d'ergodicité). (cf thèse N. Ponthieu, p33 et 175). Cet estimateur est construit à partir des $2l+1$ modes m indépendants pour chaque l :

$$C_l =< a^*_{lm} a_{lm} >_m =< |a_{lm}|^2 >_m = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^{m=+l} |a_{lm}|^2 \tag{13.6}$$

• Le spectre de puissance des fluctuations de température est représenté en pratique par la quantité

$$l(l+1)C_l/2\pi \tag{13.7}$$

Les raisons sont à la fois historiques et pratiques.

Historiquement, les première mesures de C_l concernaient les petits l (COBE-DMR). Si on considère un spectre de fluctuations initiales Harisson-Zeldovich :

$$P(k) = Ak^n \text{ avec n} = 1 \tag{13.8}$$

alors on peut montrer que les Cl prennent une forme aux bas l ($l \leq 20$) :

$$Cl = \frac{24\pi}{5}\frac{Q^2}{l(l+1)} \propto \frac{2\pi}{l(l+1)} \tag{13.9}$$

avec Q^2 un facteur de normalisation. En tracant $l(l+1)C_l/2\pi$, le spectre de puissance à bas l doit présenter un plateau. C'est une représentation simple à utiliser.

L'autre raison, plus pratique, est que cette représentation se rapproche d'une **puissance par bande logarithmique**. En effet, la puissance d'un mode est $(2l+1)C_l$. Si l'on veut cette puissance par bande logarithmique, i.e. passer de dl à $d(lnl) = dl/l$, il faut multiplier par l, ce qui donne : $l(2l+1)C_l$. A grand l, $l(2l+1)C_l \sim l(l+1)C_l$.

Il est donc d'usage dans la litterature de tracer $l(l+1)C_l/2\pi$.

• La variance ΔC_l pour chaque l est donnée par

$$(\Delta C_l)^2 = \frac{2}{2l+1}C_l^2 \tag{13.10}$$

autrement dit :

$$\frac{\Delta C_l}{C_l} = \sqrt{\frac{2}{2l+1}} \tag{13.11}$$

Cette relation relie la **variance cosmique** au multipôle l. Plus l est petit, plus la variance cosmique sera importante (i.e. moins de valeurs de m sont disponibles pour faire la moyenne), en accord avec le fait que nous n'échantillonnons qu'un seul univers.

• Spectre de puissance des fluctuations de température du CMB.

La figure 13.2 illustre les régimes du spectre de puissance TT du CMB. Ces fluctuations de température sont liées aux fluctuations de densité de matière à la recombinaison.

Aux petits l ($0 \leq l \leq 100$), i.e. aux grandes échelles angulaires, se trouve le plateau : ces fluctuations de matière étaient au dela de l'horizon et ne pouvaient pas croître (pas de lien causal).

Aux échelles intermédiaires (environ $100 \leq l \leq 1000$) le fluide matière-photon a oscillé sous l'horizon, donnant naissance à ces pics acoustiques.

Aux grands l ($l \geq 1000$), i.e. à petite échelle angulaire, l'amortissement domine : les fluctuations se sont amorties durant la recombinaison (Silk damping). Noter qu'à ces échelles angulaires, le signal d'avant-plan des amas de galaxies et les effets de la réionisation sont attendus.

• Cross-corrélation.

Jusqu'à maintenant, nous avons étudié l'auto-corrélation du signal X (X=T température par exemple) (Eq. 13.5 et 13.6) qui peut être réécrite abusivement (puisque la somme sur m est implicite) :

$$< a_{lm}^{X*} a_{l'm'}^{X} >= C_l^{XX}\delta_{ll'}\delta_{mm'} \tag{13.12}$$

On peut vouloir établir le spectre de puissance corrélé de 2 signaux, par exemple la température T et la polarisation E. Le spectre de puissance croisé "TE" se définit alors comme :

$$< a_{lm}^{T*} a_{l'm'}^{E} >= C_l^{TE}\delta_{ll'}\delta_{mm'} \tag{13.13}$$

L'intérêt de la cross-corrélation est de permettre la détection d'un signal faible (ici la polarisation) grâce à sa corrélation avec un signal bien détecté (température). Pour une discussion étendue sur la corrélation en traitement du signal, on peut lire à profit Max & Lacoume [1996], partie III.

• On peut ainsi écrire le développement en harmoniques sphériques du CMB Hinshaw et al. [2006] :

$$T(\theta,\phi) = (2.725 \pm 0.002K) + (3.358 \pm 0.017mK)\cos(\theta) + \sum_{l\geq 2}^{\infty}\sum_{m=-l}^{m=+l} a_{lm}Y_{lm}(\theta,\phi) \tag{13.14}$$

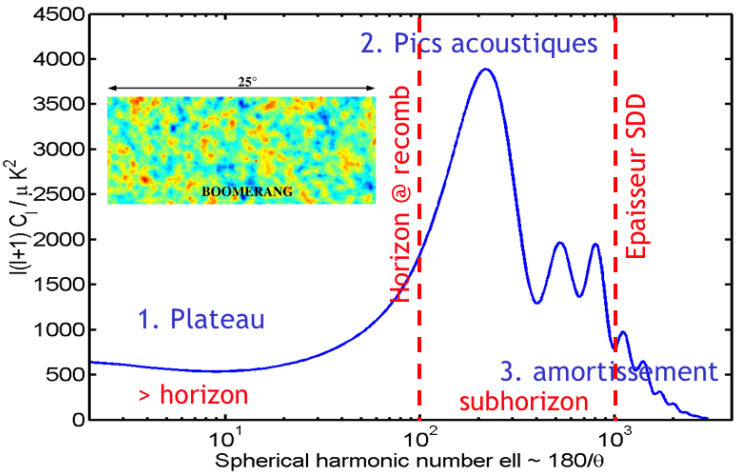


FIG. 13.2 – **Illustration des 3 régimes dans le spectre de puissance des fluctuations de température du CMB C_l.** Le plateau, les pics acoustiques, l'amortissement. En insert, image des fluctuations observées en 1999 par le ballon BOOMERANG [De Bernardis et al., 2000] : on voit que l'essentiel de l'énergie se trouve dans des fluctuations aux échelles assez petites ($\sim$ 1 degré), ce qui explique le 1er pic acoustique vers $l \sim 200$ correspondant à une angle de 1 degré. Pour l'interprétation des 3 régimes, voir le cours de cosmologie. (adapté de S. Briddle).

[Dipole direction : 263.86 ± 0.04 and 48.24 ± 0.10 in galactic polar coordinates.]
La Fig. 13.1 illustre la décomposition en harmoniques sphériques Hinshaw et al. [2006].

A quoi correspond l ?

- l est le multipôle.
- Par analogie avec la TF, la relation entre l'angle θ sur la sphère et le multipôle l est la suivante :

$$l \sim \frac{\pi}{\theta} \sim \frac{200}{\theta(degres)} \tag{13.15}$$

l correspond donc à une taille angulaire sur la sphère. Le monopôle correspond à $l = 0$, le dipôle $l = 1$ etc... Cf Fig. 13.1 pour les multipôles de $l = 2$ à 8.

- Relation entre l'angle et l'échelle physique : **la distance angulaire**. Cette distance angulaire correspond au rapport entre la distance physique transverse d'un objet situé à z et l'angle sous lequel il est vu. Cf cours de cosmologie pour les détails.

- L'horizon à $z \sim 1100$ correspond à une taille de l'ordre de 1° soit $l \sim 200$.

13.1.2 Cosmologie : distribution de matière

SECTION EN COURS DE REDACTION
$P(k)$
Sera rédigé bientôt

13.1.3 Physique du milieu interstellaire : structuration et turbulence

SECTION EN COURS DE REDACTION
powspec de MAMD etc....

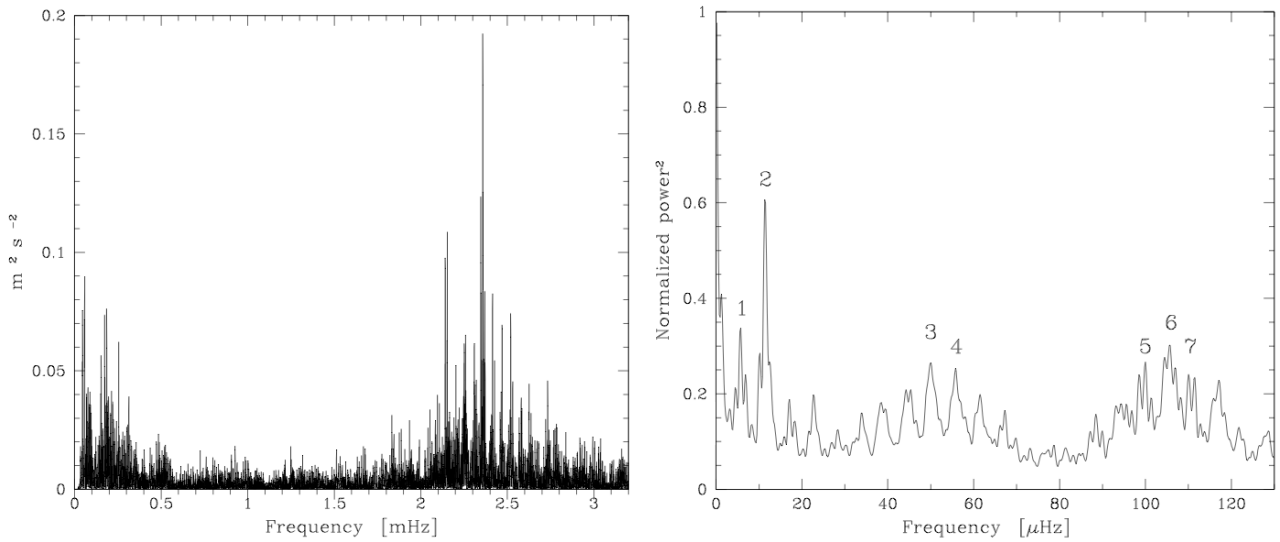


FIG. 13.3 – **Spectre de puissance (à gauche) et fonction d'autocorrélation (à droite) de mesures de vitesses radiales en fonction du temps sur l'étoile α-Cen A**. Les oscillations (modes p de pression) sont à l'origine de ces variations de vitesse mesurées dans le spectre de puissance. 13 nuits d'observations en Mai 2001 à la Silla. Figures 2 et 3 de Bouchy & Carrier [2002].

13.1.4 Physique solaire et stellaire : oscillations des étoiles

SECTION EN COURS DE REDACTION
Bouchy & Carrier [2002]
Sera rédigé bientôt

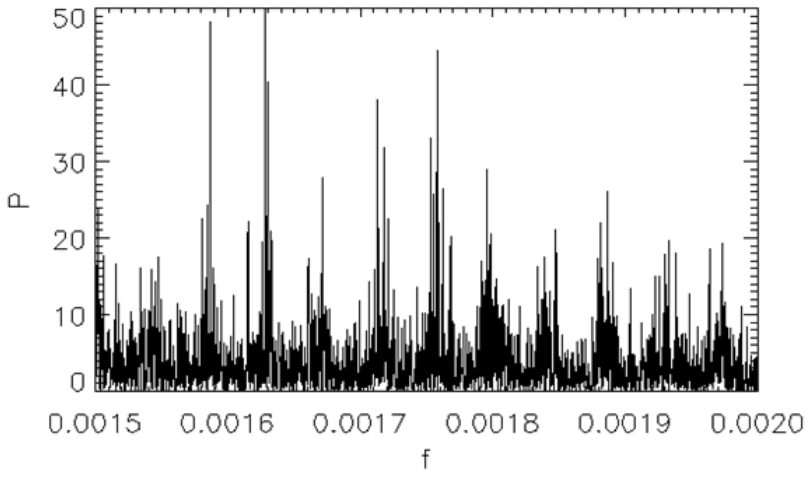


FIG. 13.4 – **Premier spectre de puissance d'une étoile observée continûment par COROT pendant 50 jours.** LESIA/LAM/IAS/LATT/CNES/CNRS-INSU, mai 2007.

SECTION EN COURS DE REDACTION

Chapitre 14

Bibliographie

Bibliographie

Acker, A. 2005, *Astronomie, Astrophysique*. Dunod, 4e edition.

Bavouzet, N. *Les galaxies infrarouges : distribution spectrale d'énergie et contributions au fond extragalactique*. PhD thesis, Université Paris-Sud 11, 2008.

Bennett, C. L., Halpern, M., Hinshaw, G., Jarosik, N., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S. S., Page, L., Spergel, D. N., Tucker, G. S., Wollack, E., Wright, E. L., Barnes, C., Greason, M. R., Hill, R. S., Komatsu, E., Nolta, M. R., Odegard, N., Peiris, H. V., Verde, L. & Weiland, J. L. *First-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations : Preliminary maps and basic results*, 2003, Astrophys. J. Suppl. Ser., **148**, 1.

Bertin, E. & Arnouts, S. *Sextractor : Software for source extraction.*, 1996, A&As, **117**, 393.

Bessell, M. S., Castelli, F. & Plez, B. *Model atmospheres broad-band colors, bolometric corrections and temperature calibrations for o - m stars*, 1998, A&A, **333**, 231–250.

Birney, D. S., Gonzalez, G. & Oesper, D. 2006, *Observational Astronomy*. Camridge, 2nd edition.

Bouchy, F. & Carrier, F. *The acoustic spectrum of alpha cen a*, 2002, A&A, **390**, 205–212.

Boulade, O. *Imagerie ccd en astronomie*, Dans *Ecole IN2P3 : du détecteur à la mesure, juin 2007*, 2007.

Campins, H., Rieke, G. H. & Lebofsky, M. J. *Absolute calibration of photometry at 1 through 5 microns*, 1985, AJ, **90**, 896–899.

Condon, J. J. *Confusion and flux-density error distributions*, 1974, ApJ, **188**, 279.

Cottet, F. 2000, *Aide mémoire traitement du signal*. Dunod edition.

Dale, D. A., Helou, G., Contursi, A., Silbermann, N. A. & Kolhatkar, S. *The infrared spectral energy distribution of normal star-forming galaxies*, 2001, ApJ, **549**, 215.

De Bernardis, P., Ade, P. A. R., Bock, J. J., Bond, J. R., Borrill, J., Boscaleri, A., Coble, K., Crill, B. P., De Gasperis, G., Farese, P. C., Ferreira, P. G., Ganga, K., Giacometti, M., Hivon, E., Hristov, V. V., Iacoangeli, A., Jaffe, A. H., Lange, A. E., Martinis, L., Masi, S., Mason, P. V., Mauskopf, P. D., Melchiorri, A., Miglio, L., Montroy, T., Netterfield, C. B., Pascale, E., Piacentini, F., Pogosyan, D., Prunet, S., Rao, S., Romeo, G., Ruhl, J. E., Scaramuzzi, F., Sforna, D. & Vittorio, N. *A flat universe from high-resolution maps of the cosmic microwave background radiation*, 2000, Nature, **404**, 955–959.

Désert, F. X., Boulanger, F. & Puget, J. L. *Interstellar dust models for extinction and emission*, 1990, A&A, **237**, 215.

Diu, B., Guthmann C.., Lederer D.. & Roulet B. 2001, *Physique statistique*. Hermann edition.

Dole, H., Lagache, G. & Puget, J. L. *Predictions for cosmological infrared surveys from space with the multiband imaging photometer for sirtf*, 2003, ApJ, **585**, 617.

Dole, H., Lagache, G., Puget, J. L., Caputi, K. I., Fernández-Conde, N., Le Floc'h, E., Papovich, C., Pérez-González, P. G., Rieke, G. H. & Blaylock, M. *The cosmic infrared background resolved by spitzer. contributions of mid-infrared galaxies to the far-infrared background*, 2006, A&A, **451**, 417.

Dole, H. *L'évolution des Galaxies Infrarouges : des observations cosmologiques avec ISO à une modélisation de l'infrarouge moyen au submillimétrique*. PhD thesis, Université Paris-Sud XI, 2000.

Engelbracht, C. W., Blaylock, M., Su, K. Y. L., Rho, J., Rieke, G. H., Muzerolle, J., Padgett, D. L., Hines, D. C., Gordon, K. D., Fadda, D., Noriega-Crespo, A., Kelly, D. M., Latter, W. B., Hinz, J. L., Misselt, K. A., Morrison, J. E., Stansberry, J. A., Shupe, D. L., Stolovy, S., Wheaton, W. A., Young, E. T., Neugebauer, G., Wachter, S., Prez-Gonzlez, P. G., Frayer, D. T. & Marleau, F. R. *Absolute calibration and characterization of the multiband imaging photometer for spitzer. i. the stellar calibrator sample and the 24 îm calibration*, 2007, Publications of the Astronomical Society of the Pacific, **119**, 994–1018.

Fazio, G. G., Hora, J. L., Allen, L. E., Ashby, M. L. N., Barmby, P., Deutsch, L. K., Huang, J. S., Kleiner, S., Marengo, M., Megeath, S. T., Melnick, G. J., Pahre, M. A., Patten, B. M., Polizotti, J., Smith, H. A., Taylor, R. S., Wang, Z., Willner, S. P., Hoffmann, W. F., Pipher, J. L., Forrest, W. J., McMurty, C. W., McCreight, C. R., McKelvey, M. E., McMurray, R. E., Koch, D. G., Moseley, S. H., Arendt, R. G., Mentzell, J. E., Marx, C. T., Losch, P., Mayman, P., Eichhorn, W., Krebs, D., Jhabvala, M., Gezari, D. Y., Fixsen, D. J., Flores, J., Shakoorzadeh, K., Jungo, R., Hakun, C., Workman, L., Karpati, G., Kichak, R., Whitley, R., Mann, S., Tollestrup, E. V., Eisenhardt, P., Stern, D., Gorjian, V., Bhattacharya, B., Carey, S., Nelson, B. O., Glaccum, W. J., Lacy, M., Lowrance, P. J., Laine, S., Reach, W. T., Stauffer, J. A., Surace, J. A., Wilson, G., Wright, E. L., Hoffman, A., Domingo, G. & Cohen, M. *The infrared array camera (irac) for the spitzer space telescope*, 2004, Astrophys. J. Suppl. Ser., **154**, 10.

Frigo, M. & Johnson, S. G. *The design and implementation of FFTW3*, 2005, Proceedings of the IEEE, **93(2)**, 216–231. special issue on "Program Generation, Optimization, and Platform Adaptation".

Glass, I. S. 1999, *Handbook of Infrared Astronomy*. Cambridge University Press.

Gordon, K. D., Engelbracht, C. W., Fadda, D., Stansberry, J., Wachter, S., Frayer, D. T., Rieke, G., Noriega-Crespo, A., Latter, W. B., Young, E., Neugebauer, G., Balog, Z., Beeman, J. W., Dole, H. ., Egami, E., Haller, E. E., Hines, D., Kelly, D., Marleau, F., Misselt, K., Morrison, J., Prez-Gonzlez, P., Rho, J. & Wheaton, W. A. *Absolute calibration and characterization of the multiband imaging photometer for spitzer. ii. 70 îm imaging*, 2007, Publications of the Astronomical Society of the Pacific, **119**, 1019–1037.

Gunn, J. E., Carr, M., Rockosi, C., Sekiguchi, M., Berry, K., Elms, B., De Haas, E., Ivezi, ., Knapp, G., Lupton, R., Pauls, G., Simcoe, R., Hirsch, R., Sanford, D., Wang, S., York, D., Harris, F., Annis, J., Bartozek, L., Boroski, W., Bakken, J., Haldeman, M., Kent, S., Holm, S., Holmgren, D., Petravick, D., Prosapio, A., Rechenmacher, R., Doi, M., Fukugita, M., Shimasaku, K., Okada, N., Hull, C., Siegmund, W., Mannery, E., Blouke, M., Heidtman, D., Schneider, D., Lucinio, R. & Brinkman, J. *The sloan digital sky survey photometric camera*, 1998, AJ, **116**, 3040–3081.

Harwit, M. 1998, *Astrophysical concepts*. Springer 3rd ed, New York.

Hinshaw, G., Nolta, M. R., Bennett, C. L., Bean, R., Doré, O., Greason, M. R., Halpern, M., Hill, R. S., Jarosik, N., Kogut, A., Komatsu, E., Limon, M., Odegard, N., Meyer, S. S., Page, L., Peiris, H. V., Spergel, D. N., Tucker, G. S., Verde, L., Weiland, J. L., Wollack, E. & Wright, E. L. Three-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations : Temperature analysis, 2006.

Howell, S. B. 2000, *Handbook of CCD Astronomy*. Cambridge edition.

Johnson, H. L. *Interstellar extinction in the galaxy.*, 1965, ApJ, **141**, 923.

Kelsall, T., Weiland, J. L., Franz, B. A., Reach, W. T., Arendt, R. G., Dwek, E., Freudenreich, H. T., Hauser, M. G., Moseley, S. H., Odegard, N. P., Silverberg, R. F. & Wright, E. L. *The cobe diffuse infrared background experiment search for the cosmic infrared background. ii. model of the interplanetary dust cloud*, 1998, ApJ, **508**, 44.

Kittel, C. 2004, *Introduction to Solid State Physics*. Wiley, 8th edition.

Kron, R. G. *Photometry of a complete sample of faint galaxies*, 1980, Astrophys. J. Suppl. Ser., **43**, 305–325.

Lagache, G., Puget, J. L. & Dole, H. *Dusty infrared galaxies : Sources of the cosmic infrared background*, 2005, ARA&A, **43**, 727.

Landau, L. & Lifchitz, E. 1994, *Physique théorique : physique statistique*. Ellipse/mir, 4eme edition.

Landolt, A. U. *Ubvri photometric standard stars in the magnitude range 11.5-16.0 around the celestial equator*, 1992, AJ, **104**, 340–371.

Lang, K. R. 1997, *Astrophysical formulae. A compendium for the physicist and astrophysicist*. Springer, 3rd edition.

Léna, P., Lebrun, F. & Mignard, F. 1998, *Observational Astrophysics*. Springer, 2nd edition.

Léna, P., Rouan, D., Lebrun, F., Mignard, F. & Pelat, D. 2008, *L'observation en astrophysique*. EDP Sciences / CNRS Editions.

Lupton, R., Blanton, M. R., Fekete, G., Hogg, D. W., O'Mullane, W., Szalay, A. & Wherry, N. *Preparing red-green-blue images from ccd data*, 2004, Publications of the Astronomical Society of the Pacific, **116**, 133–137.

Mather, J. C., Fixsen, D. J., Shafer, R. A., Mosier, C. & Wilkinson, D. T. *Calibrator design for the cobe far-infrared absolute spectrophotometer (firas)*, 1999, ApJ, **512**, 511–520.

Max, J. & Lacoume, J. L. 1996, *Méthodes et techniques de traitement du signal*. Dunod, dunod, 5e edition.

Miville-Deschênes, M. A. & Lagache, G. *Iris : A new generation of iras maps*, 2005, Astrophys. J. Suppl. Ser., **157**, 302.

Oja, T. *Ubvri standard stars at northern declinations*, 1996, Baltic Astronomy, **5**, 103–116.

Oke, J. B. & Gunn, J. E. *Secondary standard stars for absolute spectrophotometry*, 1983, ApJ, **266**, 713–717.

Protassov, K. 2002, *Analyse statistique des données expérimentales*. Edp sciences edition.

Reach, W. T., Megeath, S. T., Cohen, M., Hora, J., Carey, S., Surace, J., Willner, S. P., Barmby, P., Wilson, G., Glaccum, W., Lowrance, P., Marengo, M. & Fazio, G. G. *Absolute calibration of the infrared array camera on the spitzer space telescope*, 2005, Publications of the Astronomical Society of the Pacific, **117**, 978–990.

Rieke, G. H., Lebofsky, M. J. & Low, F. J. *An absolute photometric system at 10 and 20 microns*, 1985, AJ, **90**, 900–906.

Rieke, G. H., Young, E. T., Engelbracht, C. W., Kelly, D. M., Low, F. J., Haller, E. E., Beeman, J. W., Gordon, K. D., Stansberry, J. A., Misselt, K. A., Cadien, J., Morrison, J. E., Rivlis, G., Latter, W. B., Noriega-Crespo, A., Padgett, D. L., Stapelfeldt, K. R., Hines, D. C., Egami, E., Muzerolle, J., Alonso-Herrero, A., Blaylock, M., Dole, H., Hinz, J. L., Floc'h, E. L., Papovich, C., Perez-Gonzalez, P. G., Smith, P. S., Su, K. Y. L., Bennett, L., Frayer, D. T., Henderson, D., Lu, N., Masci, F., Pesenson, M., Rebull, L., Rho, J., Keene, J., Stolovy, S., Wachter, S., Wheaton, W., Werner, M. W. & Richards, P. L. *The multiband imaging photometer for spitzer (mips)*, 2004, Astrophys. J. Suppl. Ser., **154**, 25.

Rieke, G. H., Blaylock, M., Decin, L., Engelbracht, C., Ogle, P., Avrett, E., Carpenter, J., Cutri, R. M., Armus, L., Gordon, K., Gray, R. O., Hinz, J., Su, K. & Willmer, C. N. A. *Absolute physical calibration in the infrared*, 2008, AJ, **135**, 2245–2263.

Rieke, G. H. 2004, *Detection of Light*. Cambridge, 2nd edition.

Rohlfs, K. & Wilson, T. L. 2004, *Tools of Radio Astronomy*. Springer, 4th edition.

Schneider, D. P., Gunn, J. E. & Hoessel, J. G. *Ccd photometry of abell clusters. i - magnitudes and redshifts for 84 brightest cluster galaxies*, 1983, ApJ, **264**, 337–355.

Stansberry, J. A., Gordon, K. D., Bhattacharya, B., Engelbracht, C. W., Rieke, G. H., Marleau, F. R., Fadda, D., Frayer, D. T., Noriega-Crespo, A., Wachter, S., Young, E. T., Mller, T. G., Kelly, D. M., Blaylock, M., Henderson, D., Neugebauer, G., Beeman, J. W. & Haller, E. E. *Absolute calibration and characterization of the multiband imaging photometer for spitzer. iii. an asteroid-based calibration of mips at 160 îm*, 2007, Publications of the Astronomical Society of the Pacific, **119**, 1038–1051.

Taylor, J. R. 1982, *An Introduction to Error Analysis*. Oxford edition.

Werner, M. W., Roellig, T. L., Low, F. J., Rieke, G. H., Rieke, M., Hoffmann, W. F., Young, E., Houck, J. R., Brandl, B., Fazio, G. G., Hora, J. L., Gehrz, R. D., Helou, G., Soifer, B. T., Stauffer, J., Keene, J., Eisenhardt, P., Gallagher, D., Gautier, T. N., Irace, W., Lawrence, C. R., Simmons, L., vansCleve, J. E., Jura, M., Wright, E. L. & Cruikshank, D. P. *The spitzer space telescope mission*, 2004, Astrophys. J. Suppl. Ser., **154**, 1.

Annexe A

Observations à l'OHP

Contents

A-1 Télescopes et instrumentation 115
A-2 Filtres 115
A-3 Préparation des projets scientifiques 115

Toutes les informations relatives au stage de M2 à l'Observatoire de Haute-Provence (OHP) se trouvent sur : `http://www.ias.u-psud.fr/pperso/hdole/ohp`

Le site web de l'OHP contient de nombreuses informations sur les télescopes et l'instrumentation : `http://www.obs-hp.fr`

A-1 Télescopes et instrumentation

120 pour l'imagerie
80 pour l'imagerie et le visuel
152 ou 193 pour la spectroscopie
cf site web OHP pour les caractérisiques des CCD.

A-2 Filtres

Les filtres interférentiels de l'IAP utilisés au 120 de l'OHP sont décrits dans la figure A.1 (page suivante).

Les autres filtres standards du 120 et du 80 sont décrits sur le site de l'OHP.

Au 120, traditionnellement, les filtres sont les suivants :
1 = MD (6650)
2 = B
3 = R
4 = Hα 6565
5 = SII 6737
6 = OIII 5015

A-3 Préparation des projets scientifiques

Voir les détails mis à jour sur :
`http://www.ias.u-psud.fr/pperso/hdole/ohp`

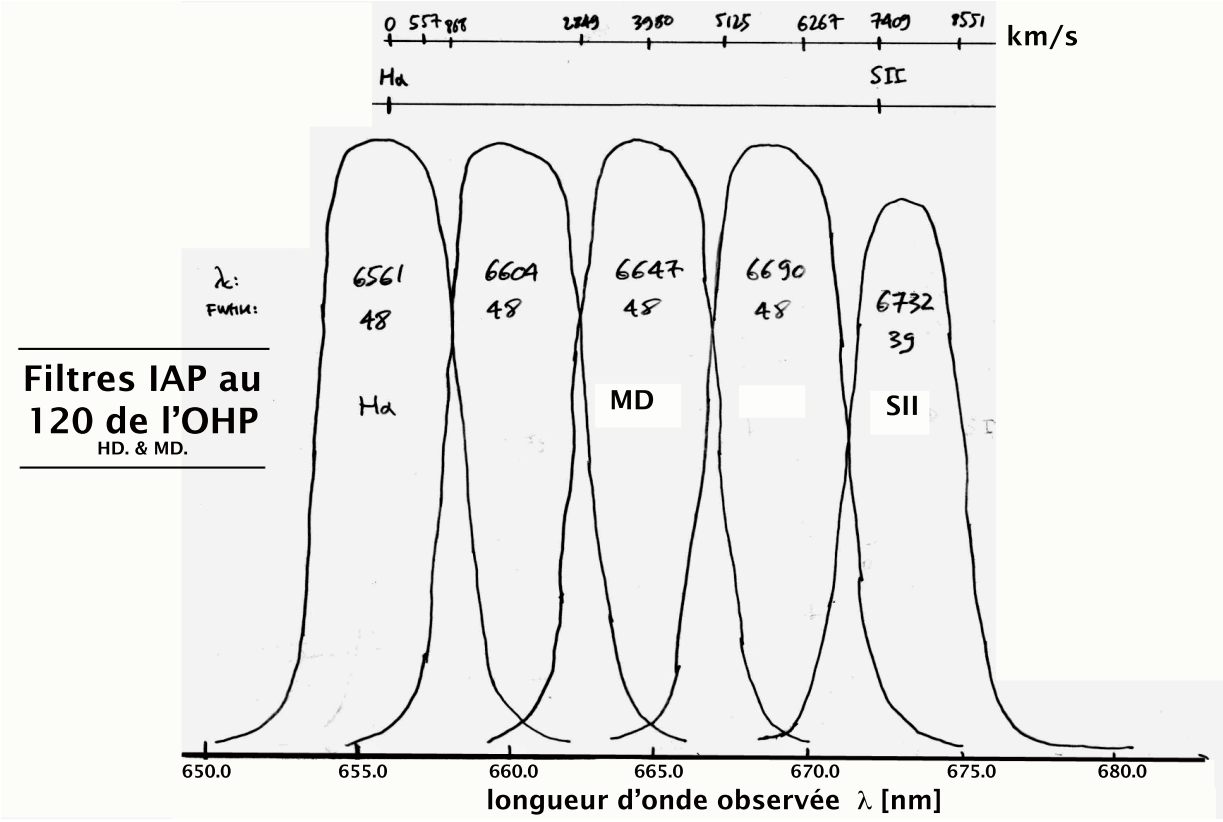


FIG. A.1 – **Filtres IAP interférentiels placés au 120 de l'OHP.** Adapté d'un document de M. Dennefeld.

Annexe B

Rudiments de MIDAS

`http://www.eso.org/projects/esomidas/`
MIDAS génere des fichiers bdf (binary data file), qu'il est facile de convertir en fits.

• **Lancer une session**
`inmidas` pour lancer une nouvelle session
`gomidas` pour récupérer une session fermée
`bye` pour sortir de MIDAS

• **Manipuler une image**
`intape/fits 1 im monimage.fits` pour charger l'image dans la variable `im0001`
`stat/ima im0001` pour obtenir la statistique sur l'image
`create/display` pour créer une fenêtre graphique
`load/ima im0001` pour afficher l'image
`load/ima im0001 cuts=0.1,10` pour afficher l'image avec des cuts entre 0.1 et 10
`get/curs` pour obtenir un curseur permettant de voir les valeurs de l'image selon l'endroit
`compute/ima im2 = im0001*10` pour effectuer une opération arithmétique et créer sur le disque le fichier `im2.bdf`
Pour visualiser `im2.bdf` : `load/ima im2.bdf` ou `load/ima im2.bdf cuts=-2,5`

• **Manipuler des images**
`intape/fits 2 im monimage2.fits` pour charger l'image dans la variable `im0002`
`average/ima immoyenne = im0001,im0002` pour calculer la moyenne des 4 images

• **Autre**
`outdisk/fits im2 im2.fits` pour créer le fichier `im2.fits` à partir du fichier MIDAS `im2.bdf`
`help` ou `help commande/qualifiant` pour l'aide générale ou spécifiquement sur la commande avec qualifiant (e.g. create/display).
`$ls` ou `$commande` pour executer une commade linux.

Annexe C

Rudiments d'IRAF

C-1 Ressources générales

Site web d'iraf :
`http://iraf.noao.edu/`
Tutoriel :
`http://www.ifa.hawaii.edu/~joshw/IRAFtutorial/index.html`
Noter que dans la fenêtre iraf, il est possible de taper toutes les commandes unix/linux. En tappant sur la touche TAB, les arguments son complétés, comme sous linux.

C-2 Commandes de base

• **Lancer une session**
Lancer un terminal X standard
`cd iraf` pour aller dans le bon repertoire
`xgterm &` pour lancer l'environnement spécial. Désormais, tout se passe dans cette fenêtre
`cl` pour lancer iraf (`cl` signifie *command language*)
`logout` pour sortir d'iraf (ou `lo` en abrégé)
• **Aide et paramètres**
`?` permet d'afficher les fonctions disponibles.
`help fonctiontruc` permet d'obtenir l'aide à propos de la fonction.
`epar fonctiontruc` pour éditer les paramètres de la fonction "fonctiontruc", si on ne veut pas utiliser la ligne de commande

C-3 Manipuler une image

`!ds9 &` pour lancer ds9 qui permet de visualiser les images
`cd ../donneesastro` pour aller dans le répertoire où se trouvent les données
`disp monimage.fits 1` pour afficher l'image monimage.fits avec les niveaux automatiques (noter que le ".fits" est optionnel)
`disp monimage.fits 1 zscale- zrange- z1=0.1 z2=20.` pour afficher l'image monimage.fits avec les niveaux manuels : minimum de 0.1 et maximum de 20
`imexam` pour examiner l'image : après avoir tapé la commande, mettre la souris sur une source ponctuelle et taper :
`r` pour obtenir un profil radial (une nouvelle fenêtre apparait) (r comme radial)
`s` pour obtenir le profil à 2D visualisé en 3D (s comme surface)
`k` pour ajuster uen gaussienne au profil radial 1D et ainsi obtenir la largeur a mi-hauteur
`q` pour quitter ce mode (q comme quitter)
Si un cercle apparait, taper shift et cliquer dessus, puis supprimer : il disparait

`imstat monimage.fits` pour obtenir une information sur la statistique de l'image.
`imstat monimage.fits[1:200,1:200]`
`fields="image,npix,min,max,mean,midpt,mode,stddev"` (sur une seule ligne) pour obtenir une information plus précise, sur le coin 1-200 de l'image
`imhistogram monimage.fits` pour visualiser l'histogramme.
Exemple : `imhistogram monimage.fits z1=-0.1 z2=10 nbins=200 logy=no`
`implot` pour tracer des coupes dans l'image

C-4 Manipuler des images

`imarith` pour faire des opérations arithmétiques sur les images
Par exemple `imarith im1 - im2 output` ou encore `imarith im1 / im2 output`
`imalign` pour aligner les images
`imcombine` pour ajouter les images, en les coadditionnant
`wregister` pour reprojeter des images en utilisant les informations WCS du header (i.e. les coordonnées du télescope).
par exemple `wregister @listin.lst image_reference.fits @listout.lst` avec listin.lst (resp. listout.lst) une liste ascii contenant les noms des fichiers FITS d'entree (resp. de sortie)
`xregister` pour reprojeter des images par corrélation, en l'absence d'informations WCS dans le header.

C-5 Réduction d'images CCD

Charger le package de réduction en tapant successivement :
`noao`
`imred`
`ccdred`
Un tutoriel existe : `http://www.phys.unm.edu/~cpo/html/twhtml/iraf/bias.html`
La fonction `hselect` permet de sélectionner les headers des fichiers fits avec un mot-clef, facilitant ainsi le regroupement des fichiers à traiter, tels que biais ou flats. Par exemple :
`hselect *.fits $I OBJECT=='FlatField' > flatfield.lst` pour générer un fichier ascii flatfield.lst de noms de fichiers contenant dans leur en-tête la valeur 'FlatField' dans le champ 'OBJECT'.
De manière générale, `imcombine` suffira. D'autres fonctions existent cependant, qui facilitent le traitement d'un grand nombre de données.
Pour combiner plusieurs images de biais (ou offset), utiliser `zerocombine` afin de créer un SuperBias. Dans le cas d'une caméra CCD amateur, utiliser `darkcombine` pour créer un SuperDark.
Pour combiner plusieurs images de flat, utiliser `flatcombine` afin de créer un SuperFlat.
La routine `crmed` permet ensuite d'éliminer assez efficacement les rayons cosmiques d'images de science individuelles.

C-6 Photométrie

Charger le package de photométrie d'ouverture en tapant successivement :
`noao`
`digiphot`
`daophot`
ensuite on voit apparaitre plusieurs fonctions.
`daofind` effectue la détection des sources ponctuelles (selon les paramètres d'entrée) et enregistre la liste des détection dans un fichier texte terminant par ".coo.1" (pour coordonnées). Si vous

utilisez plusieurs fois cette fonction sur la même image, le nom du fichier de sortie changera automatiquement en ".coo.2" puis ".coo.3" etc.

Pour visualiser les sources détectées sur l'image, utiliser la fonction `tvmark`. Exemple : `tvmark 1 monimage.fits.coo.1 mark="circle" lab- rad=5 color=10`

Une fois les sources détectées, on peut mesurer leur flux, soit par photométrie d'ouverture, soit par ajustement de PSF.

La photométrie d'ouverture est effectuée avec la fonction `phot`, qui crée un fichier de sortie dont le nom se termine par ".mag.1". Il faut parfois utiliser la commande manuelle, par exemple : `phot image.fits coord=image.coo.1 output=image.mag.1 inter=no`

Les magnitudes utilisent le flux de référence 10^{10} par convention. Pour extraire du fichier de sortie juste les champs qui nous intéressent, par exemple la position de la source, la magnitude et son erreur, on peut utiliser à profit la fonction `pdump` : `pdump monimage.fits.mag.1 xcenter,ycenter,mag,merr yes > photometrie.txt`

Ainsi, le fichier `photometrie.txt` ne contiendra que les champs d'intérêt.

C-7 Autre

Lorsqu'on utilise pour la première fois iraf, il est conseillé de créer un répertoire `iraf`, d'y aller. Ensuite, il faut initialiser en tapant la commande `mkiraf`. Pour tester l'initialisation, on entre dans iraf avec `cl` puis on tape : `disp dev$pix 1`. Une jolie surprise apparait alors.

On peut utiliser des scripts de commande qui listent successivement les commandes. Exemple de nom : monscript.cl. Ce genre de script se lance en tapant `cl < monscript.cl`

Liste de fichiers : certaines fonctions ont besoin de liste de fichier comme arguments. Pour générer une telle liste on tape par exemple `ls flats*.fits > list-flats.lst` pour créer la liste list-flats.lst. Ensuite, cette liste est appellée avec `@list-flats.lst` dans les paramètres de la fonction.